



**Ricardo Barros Cardoso**

Licenciado em Engenharia e Gestão Industrial

**DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS  
DAS CARTAS DE CONTROLO *CUSUM* e  
*CUSUM-In(S<sup>2</sup>)* COM RECURSO A  
FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Fernando Gomes  
Requeijo

Júri:

Presidente: Professora Doutora Virgínia Helena Arimateia de Campos Machado  
Vogais: Professora Doutora Helena Maria Pereira Pinto Dourado e Alvelos  
Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo

**Novembro 2016**



**FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**



Determinação de parâmetros das cartas de controlo *CUSUM* e *CUSUM-LN(S<sup>2</sup>)* com recurso a ferramentas computacionais

Copyright©: Ricardo Barros Cardoso, Universidade Nova de Lisboa – Faculdade de Ciências e Tecnologia

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## Agradecimentos

*Em primeiro lugar queria agradecer ao Professor Doutor José Gomes Requeijo, pela dedicação e paciência que teve durante a realização da presente dissertação, acima de tudo por muitas vezes ter acreditado mais na realização da mesma que eu próprio. Não tenho dúvidas que sem si, nada do que está aqui escrito seria possível. Muito obrigado.*

*Gostaria igualmente de agradecer ao Engenheiro José Borrego pelo contributo essencial e sobretudo pela disponibilidade demonstrada, tendo resultado em muitas horas despendidas. Sem si muito pouco do que está aqui escrito seria possível. Muito obrigado.*

*À minha família, em especial à minha Mãe, Avô e Avó por me fazerem crer que seria possível terminar esta dissertação, não me deixando desistir em momentos em que parecia inevitável.*

*Por fim, um agradecimento muito especial ao meu pai, que desempenhou um papel fundamental durante a realização deste trabalho e que sempre me ajudou ao longo de todo o meu percurso académico, proporcionando-me as condições ideais para que o mesmo fosse possível concluir.*



## RESUMO

---

No contexto atual, o controle estatístico de processos (*SPC*) tem sido visto como um dos fatores fundamentais para o sucesso. Todas as empresas ambicionam atingir altos níveis de otimização da produção, de tal forma que vários autores de renome internacional têm contribuído com estudos importantes para a causa, desde Oakland, Montgomery e Quesenberry. Das várias ferramentas utilizadas no controle estatístico do processo (*SPC*), aquelas que mais se têm notabilizado são as cartas de controle.

Através da monitorização dos diversos parâmetros de cartas de controle específicas e da escolha criteriosa dos mesmos – normalmente disponibilizados sob a forma de ábacos ou tabelas – é possível detectar, com um elevado grau de fiabilidade, alterações nos parâmetros do processo que se encontram em estudo.

Contudo, estes ábacos e tabelas contêm um conjunto limitado de valores, a maior parte apenas válidos para as situações mais comuns. Para casos menos comuns, mas igualmente importantes, estas ferramentas não estão disponíveis. Além disso, em muitos casos não são disponibilizadas as tabelas referentes aos ábacos e vice-versa.

Este trabalho tem por objetivo preencher esta lacuna através de metodologias alternativas de simulação, com recurso a ferramentas computacionais desenvolvidas em ambiente *Matlab*, por forma a obter os diversos parâmetros relativos às cartas de Somas Acumuladas *CUSUM* e *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)* relativos a diversos cenários passíveis de serem estudados.

Espera-se que este estudo seja um importante contributo, não só para a comunidade científica, mas também para todos aqueles que necessitem de utilizar técnicas de controle estatístico de processos.

**Palavras Chave:** Carta *CUSUM*, carta *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, ábacos, parâmetros das cartas, Controle Estatístico de Processos (*SPC*), alterações nos parâmetros do processo.





## ABSTRACT

---

In recent times, Statistical Process Control has been seen as a key factor to achieve success. All major companies aim to achieve high levels of production optimization, such that several internationally renowned authors have contributed with important studies for the cause, since Oakland, Montgomery and Quesenberry. Within the various tools used in statistical process control (*SPC*), those who have most distinguished themselves are the control charts.

Through the monitorization and careful choice of various parameters of specific control charts – usually available in the form of abacus and tables – it is possible to detect, with a high level of reliability, changes in the process parameters that are under study.

However, these abacus and tables contain only a limited set of values, valid only for the most common scenarios. For other scenarios, less common but equally important, these tools are not available. Furthermore, in many cases, the tables relating to the abacus are not available and vice-versa.

This dissertation main purpose is to help to reduce that gap. Through an alternative simulation methodology using computational tools developed in Matlab, it aims to obtain the various parameters related to the control charts *CUSUM* and *CUSUM-ln( $S^2$ )*.

It is hoped that this work can represent an important contribute, not only for the scientific community, but also for everyone who might need to use this techniques in the Statistical Process Control.

**Key words:** Control chart *CUSUM*, control chart *CUSUM-ln( $S^2$ )*, abacus, charts parameters, Statistical Process Control (*SPC*).



## ÍNDICE GERAL

1	CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
1.1	ENQUADRAMENTO .....	1
1.2	ÂMBITO .....	1
1.3	OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO .....	2
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	3
2	CAPÍTULO II – FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	5
2.1	INTRODUÇÃO AO CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO (SPC) .....	5
2.2	VARIAÇÃO DO PROCESSO .....	8
2.3	CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS .....	11
2.3.1	INTRODUÇÃO .....	11
2.3.2	PREPARAÇÃO PARA A UTILIZAÇÃO DAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS .....	11
2.3.3	VANTAGENS DAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS .....	12
2.3.4	PRINCÍPIOS DAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS .....	13
2.3.5	INDICADOR DE DESEMPENHO .....	19
2.3.6	TIPOS DE CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS .....	20
2.3.7	OUTRAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS .....	21
2.3.8	CAPACIDADE DO PROCESSO .....	22
2.4	CARTAS DE CONTROLO ESPECIAIS .....	25
2.4.1	CARTAS DE CONTROLO DE SOMAS ACUMULADAS (CUSUM) .....	26
2.4.1.1	FUNDAMENTOS DAS CARTAS CUSUM PARA O CONTROLO DA MÉDIA .....	26
2.4.1.2	CONSTRUÇÃO DE UMA CARTA CUSUM .....	29
2.4.1.3	O ARL DAS CARTAS CUSUM .....	31
2.4.1.4	DESVANTAGENS DAS CARTAS CUSUM E NOVOS MÉTODOS .....	32
2.4.2	CARTAS DE CONTROLO CUSUM PARA CONTROLO DA VARIÂNCIA DO PROCESSO .....	33
2.4.2.1	FUNDAMENTOS DA CARTA DE CONTROLO CUSUM- $\ln(S^2)$ .....	35
2.4.2.2	CONSTRUÇÃO DE UMA CARTA DE CONTROLO CUSUM- $\ln(S^2)$ .....	36
3	CAPÍTULO III – DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DAS CARTAS DE CONTROLO CUSUM E CUSUM- $\ln(S^2)$ .....	37

3.1	CARTA <i>CUSUM</i> .....	37
3.1.1	METODOLOGIA UTILIZADA NA CARTA <i>CUSUM</i> .....	38
3.1.1.1	METODOLOGIA APLICADA NA CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 1 .....	40
3.1.1.2	RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 1 .....	45
3.1.1.3	METODOLOGIA APLICADA NA CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 2 .....	47
3.1.1.4	RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 2 .....	52
3.1.1.5	METODOLOGIA APLICADA NA CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 3 .....	56
3.1.1.6	RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 3 .....	62
3.2	CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ .....	64
3.2.1.	METODOLOGIA UTILIZADA NA CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ .....	65
3.2.1.1.	METODOLOGIA APLICADA NA CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 1 .....	66
3.2.1.2.	RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 1 .....	74
3.2.1.3.	METODOLOGIA APLICADA NA CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	76
3.2.1.1	RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	82
3.2.1.2	METODOLOGIA APLICADA NA CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	94
3.2.1.3	RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	97
3.2.1.4	RESULTADOS FINAIS PARA A CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ .....	105
3.3	SÍNTESE DOS RESULTADOS.....	107
4	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	109
4.1	CONCLUSÕES.....	109
4.2	TRABALHOS FUTUROS.....	110
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	111
	ANEXOS .....	117
	ANEXO I – ÁBACOS DA CARTA <i>CUSUM</i> E <i>CUSUM-FIR</i> (GAN, 1991) .....	118
	ANEXO II – TABELAS PARA AS CARTAS <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ E <i>FIRCUSUM</i> - $\ln(S^2)$ (CHANG E GAN, 1995) .....	126
	ANEXO III - TABELAS REFERENTES À CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 1 .....	130
	ANEXO IV – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 2.....	131
	ANEXO V – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA <i>CUSUM</i> – FASE 3.....	134
	ANEXO VI – TABELAS REFERENTES À CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 1 .....	136
	ANEXO VII – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 2.....	143
	ANEXO VIII – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3.....	154

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Elementos de um <i>SPC</i> de sucesso .....	6
Figura 2.2- Passos para a implementação do <i>SPC</i> .....	7
Figura 2.3 - Esquema representativo de um processo.....	8
Figura 2.4 - Causa comuns e causa especiais, variabilidade e previsibilidade .....	10
Figura 2.5 - Carta de Controlo tradicional típica .....	14
Figura 2.6 - Zonas relativas à aplicação das regras de deteção de causas especiais .....	14
Figura 2.7 - Fluxograma dos passos inerentes à construção de uma carta de controlo (Fase 1) 17	
Figura 2.8 - Fluxograma dos passos inerentes à construção de uma carta de controlo (Fase 2) 18	
Figura 2.9 - Carta de controlo de somas acumuladas ( <i>CUSUM</i> ) .....	28
Figura 3.1 - - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 1 da metodologia - Carta <i>CUSUM</i> .....	38
Figura 3.2 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 2 da metodologia - Carta <i>CUSUM</i> .....	38
Figura 3.3 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 3 da metodologia - Carta <i>CUSUM</i> .....	39
Figura 3.4 - Fluxograma resumo das diferentes fases inerentes à metodologia desenvolvida para a carta <i>CUSUM</i> .....	39
Figura 3.5 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 1 de 3) .	42
Figura 3.6 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 2 de 3) .	43
Figura 3.7 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 3 de 3) .	44
Figura 3.8 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 1 de 2) .	48
Figura 3.9 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 2 de 2) .	49
Figura 3.10 -Esquema representativo de todas as iterações do exemplo 1, para $ARL_{EC}$ Pretendido = 100 e $k = 0,375$ .....	51
Figura 3.11 - Valores de $k$ e $h$ referentes à carta <i>CUSUM</i> , em função de diferentes $ARL_{EC}$ - Carta <i>CUSUM</i> - Fase 2 .....	55
Figura 3.12 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 1 de 2) 57	
Figura 3.13 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta <i>CUSUM</i> (Parte 2 de 2) 58	
Figura 3.14 – Valor de $k$ em funcao de $\delta$ , da carta <i>CUSUM</i> , para vários valores de $ARL_{EC}$ Pretendidos .....	63

Figura 3.15 - Fluxograma resumo das diferentes fases inerentes à metodologia desenvolvida para a carta .....	65
Figura 3.16 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 1 da metodologia - <i>Carta CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> .....	66
Figura 3.17 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 1 de 3) .....	68
Figura 3.18 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 2 de 3) .....	69
Figura 3.19 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 3 de 3) .....	70
Figura 3.20 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 1 de 3) .....	71
Figura 3.21 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 2 de 3) .....	72
Figura 3.22 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 3 de 3) .....	73
Figura 3.23 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 2 da metodologia - <i>Carta CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> .....	76
Figura 3.24 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 1 de 2) .....	77
Figura 3.25 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 2 de 2) .....	78
Figura 3.26 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 1 de 2) .....	79
Figura 3.27 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 2 de 2) .....	80
Figura 3.28 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> – FASE 2.....	83
Figura 3.29 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> – FASE 2.....	84
Figura 3.30 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> – FASE 2.....	86
Figura 3.31 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> – FASE 2.....	87
Figura 3.32 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> – FASE 2.....	89
Figura 3.33 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA <i>CUSUM-In(<math>S^2</math>)</i> – FASE 2.....	90

Figura 3.34 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	92
Figura 3.35 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	93
Figura 3.36 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 3 da metodologia - Carta $CUSUM-In(S^2)$ .....	94
Figura 3.37 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta $CUSUM-In(S^2)$ (Parte 1 de 2) .....	95
Figura 3.38 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta $CUSUM-In(S^2)$ (Parte 2 de 2) .....	96
Figura 3.39 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	97
Figura 3.40 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	98
Figura 3.41 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	99
Figura 3.42 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	100
Figura 3.43 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	101
Figura 3.44 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	102
Figura 3.45 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	103
Figura 3.46 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	104
Figura 3.47 – Síntese de resultados – Carta $CUSUM$ .....	107
Figura 3.48 – Síntese de resultados – Carta $CUSUM-In(S^2)$ .....	108

## ANEXOS

Figura I. 1 – Combinação de $k$ e $h$ da carta $CUSUM$ , com $C_0=0$ e $T_0=0$ , para vários valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ .....	118
Figura I. 2 - Combinação de $k$ e $h$ da carta $CUSUM$ , com $C_0=0$ e $T_0=0$ , para vários valores de $ARL_{Em Controlo}$ .....	119
Figura I. 3 - Combinação de $k$ e $h$ da carta $CUSUM$ , com $C_0=0$ e $T_0=0$ , para vários valores de $ARL_{Em Controlo}$ .....	120

Figura I. 4 - Combinação de $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM</i> , com $C_0=0$ e $T_0=0$ , para vários valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ .....	121
Figura I. 5 - Combinação de $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM-FIR</i> , com $C_0 \neq 0$ e $T_0 \neq 0$ , para vários valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ .....	122
Figura I. 6 - Combinação de $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM-FIR</i> , com $C_0 \neq 0$ e $T_0 \neq 0$ , para vários valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ .....	123
Figura I. 7 - Combinação de $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM-FIR</i> , com $C_0 \neq 0$ e $T_0 \neq 0$ , para vários valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ .....	124
Figura I. 8 - Combinação de $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM-FIR</i> , com $C_0 \neq 0$ e $T_0 \neq 0$ , para vários valores de $ARL_{Em\ Controlo}$ .....	125
Figura IV. 1 - Valores de $k$ e $h$ referentes à carta <i>CUSUM</i> , em função de diferentes $ARL_{EC}$ – Fase 2 .....	133
Figura V. 1 - Tabela final dos parâmetros calculados para a carta <i>CUSUM</i> – Fase 3 .....	135
Figura VII. 1 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	146
Figura VII. 2 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	147
Figura VII. 3 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	148
Figura VII. 4 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	149
Figura VII. 5 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	150
Figura VII. 6 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	151
Figura VII. 7 - Valores de $h_C$ e $k_C$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	152
Figura VII. 8 - Valores de $h_D$ e $k_D$ em função de diferentes $ARL_{EC}$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 2 .....	153
Figura VIII. 1 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=4$ - CARTA <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> – FASE 3 .....	156



Figura VIII. 2 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=4$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3.....	157
Figura VIII. 3 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=6$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	158
Figura VIII. 4 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=6$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3.....	159
Figura VIII. 5 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=7$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	160
Figura VIII. 6 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=7$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	161
Figura VIII. 7 - Valores de $k_C$ em função de $\delta_C$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=8$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	162
Figura VIII. 8 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=8$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	163



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Tipos de Cartas de Controlo .....	21
Tabela 2.2 - Desempenho de ARL para a carta CUSUM com $k=0.5$ , $h=4$ e $h=5$ .....	30
Tabela 2.3 - Valores de $k$ e $h$ para $ARL=370$ .....	30
Tabela 3.1 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k$ e $h$ – Carta CUSUM - Fase 1 (parte 1 de 2) .....	45
Tabela 3.2 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k$ e $h$ - Carta CUSUM - Fase 1 (parte 2 de 2) .....	46
Tabela 3.3 - Exemplo de utilização da tabela auxiliar da fase 1, de modo a enquadrar o $h$ pretendido.....	50
Tabela 3.4 - Tabela de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta CUSUM - Fase 2.....	52
Tabela 3.5 - Tabela interpolada de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta CUSUM - Fase 2 (Parte 1 de 3) .....	53
Tabela 3.6 - Tabela interpolada de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta CUSUM - Fase 2 (Parte 2 de 3) .....	53
Tabela 3.7 - Tabela interpolada de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta CUSUM - Fase 2 (Parte 3 de 3) .....	54
Tabela 3.8 - Tabela interpolada da fase 2 dos pares $(k, h)$ que produzem um $ARL_{EC} \text{ Pretendido} = 50$ .....	59
Tabela 3.9 - Tabela obtida para $ARL_{EC} = 50$ (Parte 1 de 2) .....	60
Tabela 3.10 - Tabela obtida para $ARL_{EC} = 50$ (Parte 2 de 2) .....	61
Tabela 3.11 - Tabela resumo para $ARL_{EC} = 50$ .....	61
Tabela 3.12 - Tabela final dos parâmetros calculados para a carta CUSUM – Fase 3.....	62
Tabela 3.13 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_C$ e $h_C$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$ – FASE 1.....	74
Tabela 3.14 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 1 de 2).....	75
Tabela 3.15 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 2 de 2).....	75
Tabela 3.16 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$ – FASE 2.....	82
Tabela 3.17 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$ – FASE 2.....	82

Tabela 3.18 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	85
Tabela 3.19 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	85
Tabela 3.20 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	88
Tabela 3.21 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	88
Tabela 3.22 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	91
Tabela 3.23 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2 .....	91
Tabela 3.24 – Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=4$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	97
Tabela 3.25 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=4$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	98
Tabela 3.26 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	99
Tabela 3.27 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	100
Tabela 3.28 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=7$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	101
Tabela 3.29 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	102
Tabela 3.30 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=8$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	103
Tabela 3.31 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	104
Tabela 3.32 – Tabela de resultados finais obtida para estudos na detecção de aumento da dispersão do processo - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ .....	105
Tabela 3.33 - Tabela de resultados finais obtida para estudos na detecção de decréscimos da dispersão do processo - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ .....	106

## ANEXOS

Tabela II. 1 – Parâmetros ( $k_C$ , $h_C$ ), $ARL_1$ e $ARL_2$ da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um aumento da variância do processo .....	126
--	-----

Tabela II. 2 - Parâmetros ( $k_D$ , $h_D$ ), $ARL_1$ e $ARL_2$ da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um decréscimo da variância do processo .....	127
Tabela II. 3 - Parâmetros ( $k_C$ , $h_C$ ), $ARL_1$ e $ARL_2$ da carta $FIRCUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um aumento da variância do processo .....	128
Tabela II. 4 - Parâmetros ( $k_D$ , $h_D$ ), $ARL_1$ e $ARL_2$ da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um decréscimo da variância do processo .....	129
Tabela III. 1 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k$ e $h$ – Carta $CUSUM$ -Fase 1 (parte 1 de 2) .....	130
Tabela III. 2 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k$ e $h$ - Carta $CUSUM$ -Fase 1 (parte 2 de 2) .....	130
Tabela IV. 1 - Tabela interpolada de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta $CUSUM$ -Fase 2 (Parte 1 de 3) .....	131
Tabela IV. 2 - Tabela interpolada de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta $CUSUM$ -Fase 2 (Parte 2 de 3) .....	131
Tabela IV. 3 - Tabela interpolada de $h$ em função de $k$ e $ARL_{EC}$ - Carta $CUSUM$ -Fase 2 (Parte 3 de 3) .....	132
Tabela V. 1 - Tabela final dos parâmetros calculados para a carta $CUSUM$ – Fase 3.....	134
Tabela VI. 1 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_C$ e $h_C$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1.....	136
Tabela VI. 2 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 1 de 2) .....	137
Tabela VI. 3 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 2 de 2) .....	137
Tabela VI. 4 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_C$ e $h_C$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 1 de 2) .....	138
Tabela VI. 5 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_C$ e $h_C$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 2 de 2) .....	138
Tabela VI. 6 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 1 de 2) .....	139
Tabela VI. 7 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1 – (Parte 2 de 2) .....	140

Tabela VI. 8 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_C$ e $h_C$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 1.....	140
Tabela VI. 9 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 1.....	141
Tabela VI. 10 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_C$ e $h_C$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 1.....	141
Tabela VI. 11 - Tabela intermédia de $ARL_{EC}$ em função de $k_D$ e $h_D$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 1.....	142
Tabela VII. 1 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	143
Tabela VII. 2 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=4$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	143
Tabela VII. 3 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	143
Tabela VII. 4 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=6$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	144
Tabela VII. 5 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	144
Tabela VII. 6 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	144
Tabela VII. 7 - Tabela de $h_C$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_C$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	145
Tabela VII. 8 - Tabela de $h_D$ em função de $ARL_{EC}$ e $k_D$ para $\delta=1$ e $n=8$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 2.....	145
Tabela VIII. 1 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=4$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	154
Tabela VIII. 2 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=4$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	154
Tabela VIII. 3 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=6$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	154
Tabela VIII. 4 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=6$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	154
Tabela VIII. 5 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=7$ - CARTA $CUSUM-In(S^2)$ – FASE 3 .....	155

Tabela VIII. 6 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=7$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3.....	155
Tabela VIII. 7 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial para $n=8$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3 .....	155
Tabela VIII. 8 - Valores de $k_D$ em função de $\delta_D$ para diferentes $ARL_{EC}$ e $n=8$ - CARTA <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ – FASE 3.....	155





## Lista de Siglas e Acrónimos

$ARL$	“Average Run Length” – número médio ao fim do qual se detecta uma situação fora de controlo
$ARL_{EC}$	$ARL$ quando o processo se encontra sobre controlo estatístico. $ARL_{Em\ Controlo}$
$ARL_{FC}$	$ARL$ quando o processo se encontra fora de controlo estatístico. $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$
Carta $c$	Carta de controlo de atributos para o número de defeitos
Carta $MR$	Carta de controlo de variáveis para amplitudes móveis e observações individuais
Carta $np$	Carta de controlo de atributos para o número de unidades não conformes
Carta $p$	Carta de controlo de atributos para a proporção de unidades não conformes
Carta $\mu$	Carta de controlo de atributos para o número de defeitos por unidade
$CUSUM$	“Cumulative Sum” (Soma Acumulada). Destinada ao controlo da média
$CUSUM-\ln(S^2)$	Carta de somas acumuladas destinadas ao controlo da dispersão
$C_p$	Índice de capacidade potencial do processo
$C_{pk}$	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S$	Índice $C_{pk}$ inferior e superior
$C_t$	Variável de controlo (soma acumulada) no instante $t$ com vista a detectar um aumento na variância (ou média – carta $CUSUM$ ) do processo
$C_0$	Variável de controlo (soma acumulada) com vista a detectar um aumento na variância do processo (valor inicial)
$D_t$	Variável de controlo (soma acumulada) no instante $t$ com vista a detectar um decréscimo na variância do processo
$D_0$	Variável de controlo (soma acumulada) com vista a detectar um decréscimo na variância do processo (valor inicial)
$EWMA$	“Exponentially Weighted Moving Average” – Média Móvel exponencialmente amortecida – destinada ao controlo da média do processo
$FIR$	“Fast initial response” – Resposta Inicial Rápida
$h$	Parâmetro da carta $CUSUM$ , $CUSUM-FIR$ e $CUSUM-\ln(S^2)$
$h_c$	Parâmetro da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ . Corresponde ao Limite Superior de Controlo desta carta e é referente ao estudo de um aumento na variância do processo
$h_D$	Parâmetro da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ . $-h$ corresponde ao Limite Inferior de controlo desta carta e é referente ao estudo de um decréscimo na variância do processo
$k$	Parâmetro da carta $CUSUM$ , $CUSUM-FIR$ e $CUSUM-\ln(S^2)$

$k_C$	Parâmetro da carta CUSUM- $\ln(S^2)$ , referente ao estudo de um aumento na variância do processo
$k_D$	Parâmetro da carta CUSUM- $\ln(S^2)$ , referente ao estudo de um decréscimo na variância do processo
$LC$	Linha central
$LIC$	Limite inferior de controlo
$LSC$	Limite superior de controlo
$LIE$	Limite inferior de especificação
$LSE$	Limite superior de especificação
$\ln(S_t^2)$	Logaritmo natural da variância da amostra $t$ ( $S_t^2$ )
$m$	Número de amostra
$n$	Dimensão da amostra
$SPC$	"Statistical Process Control". Controlo Estatístico do Processo
$s$	Desvio padrão amostral
$S_i$	Soma acumulada referente à observação $i$
$S_t$	Desvio padrão amostral $t$
$T_t$	Soma acumulada, no instante $t$ , para detectar um decréscimo do parâmetro em estudo
$T_0$	Variável de controlo (soma acumulada) com vista a detectar um decréscimo na variância do processo (valor inicial)
$X$	Característica da qualidade
$X_t$	Valor da característica da qualidade $X$ no instante $t$
$\bar{X}$	Média amostral
$\bar{X}_t$	Média da amostra $t$
$Y_t$	Parâmetro de estudo da carta CUSUM- $\ln(S^2)$ no instante $t$
$\alpha$	Nível de significância. Risco do produtor
$\beta$	Risco do consumidor
$\delta$	Alteração no desvio padrão do processo (ou média – carta CUSUM)
$\delta_c$	Alteração no desvio padrão do processo para detectar aumentos da mesma (carta CUSUM- $\ln(S^2)$ )

$\delta_D$	Alteração no desvio padrão do processo para detectar decréscimos da mesma (carta CUSUM- $\ln(S^2)$ )
$\mu$	Média do processo
$\sigma$	Desvio padrão do processo
$\sigma_0$	Desvio padrão do processo no instante inicial
$\sigma_1$	Desvio padrão do processo após ocorrer uma alteração
$\sigma_\omega$	Desvio padrão do processo relativo à carta de Shewhart (estatística $\omega$ )
$\sigma_{\bar{x}}$	Desvio padrão da distribuição de médias de amostras
$\Delta$	Alteração da média do processo



# 1 CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

## 1.1 ENQUADRAMENTO

As cartas de controlo são consideradas importantes instrumentos no estudo do Controlo Estatístico do Processo (SPC). Através do seu uso é possível detectar alterações no processo produtivo, contribuindo assim para a melhoria de todo o processo. É por estas razões que nos dias de hoje é uma ferramenta adoptada nas organizações.

Esta dissertação foi realizada tendo como objetivo de estudo a determinação dos diversos parâmetros das cartas de controlo do tipo *CUSUM* e *CUSUM*-ln( $S^2$ ).

O conhecimento dos valores destes parâmetros nas diferentes situações do processo produtivo é fundamental na aplicação correcta das cartas *CUSUM* e *CUSUM*-ln( $S^2$ ).

A metodologia utilizada assenta predominantemente no desenvolvimento de diversas aplicações em ambiente *Matlab*. Esta escolha prende-se com a complexidade matemática inerente à obtenção dos parâmetros das cartas de controlo acima mencionadas, de modo que privilegiar-se-á uma abordagem assente em técnicas de simulação através das aplicações desenvolvidas.

## 1.2 ÂMBITO

No que respeita à Gestão da Qualidade e, particularmente, ao controlo estatístico do processo, têm sido desenvolvidas técnicas inovadoras, mais eficientes e de maior fiabilidade.

Uma dessas técnicas inovadoras consiste nas cartas de controlo especiais, que complementando as cartas de controlo de Shewart, tornam as análises dos processos produtivos mais sofisticadas.

As cartas de controlo especiais têm sido objeto de estudo de vários especialistas na área do controlo estatístico da qualidade, isto porque apresentam inúmeras vantagens, sendo a principal o fato das cartas de Shewart considerarem apenas a última informação acerca do processo, ou seja, ignoram a informação revelada pela sequência dos dados, diminuindo assim a sensibilidade de detectar pequenos e moderados desvios nos parâmetros do processo (Afonso et al, 2012). O uso de cartas de controlo especiais

permite aumentar a sensibilidade de detecção de causas especiais, sem aumentar os custos inerentes ao processo (Pereira e Requeijo, 2012).

Todavia, nem tudo é perfeito no que toca às cartas de controlo especiais, pois existem determinadas limitações associadas a este tipo de cartas. Essas limitações advêm do fato de este tipo de cartas necessitarem de parâmetros que, em geral, são disponibilizados sob a forma de ábacos ou tabelas, sendo que estes apenas abrangem um conjunto restrito de dados, válidos apenas para os casos mais comuns, tornando-se omissos quando se está perante um caso menos comum, mas igualmente importante. Além disso, em muitos casos não são disponibilizadas as respectivas tabelas que deram origem aos ábacos e vice-versa.

Nesse sentido, um dos objetivos deste trabalho é diminuir estas limitações e aumentar a gama de dados disponíveis para consulta. As cartas de controlo especiais visadas neste trabalho são as cartas *CUSUM* e *CUSUM*- $\ln(S^2)$ .

Em relação à carta *CUSUM*, existem os ábacos publicados por Gan em 1991. No entanto, não foram publicadas as tabelas que deram origem a esses ábacos. Como tal, o objetivo, neste caso, passa por construir essa tabela com recurso a simulação computacional, através de algoritmos desenvolvidos para este caso em particular.

Relativamente à carta *CUSUM*- $\ln(S^2)$ , o problema é exatamente o oposto, existem as tabelas, mas não existem os ábacos, e aquelas apenas abrangem um conjunto limitado de dados. Posto isto, o objetivo passa, mais uma vez, com recurso a simulação computacional, pelo desenvolvimento dos ábacos e tabelas para os casos não abrangidos.

### 1.3 OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

Com esta dissertação pretende-se desenvolver uma ferramenta computacional com o *software Matlab*, com aplicação ao controlo estatístico e que possibilite:

- Definição de metodologia adequada para implementação do *SPC* para vários cenários referentes a alterações da média e dispersão do processo;
- Desenvolvimento de algoritmos em linguagem *Matlab*, concebidos para construírem os respectivos ábacos e tabelas inerentes às cartas de controlo em estudo, através de simulação computacional;

- Determinação dos diversos parâmetros das cartas de controlo (*CUSUM* e *CUSUM*- $\ln(S^2)$ ) para diferentes cenários;
- Pretende-se também que este trabalho contribua para o aprofundamento do estudo de técnicas de simulação adequadas a problemas de controlo estatístico dos processos produtivos e que agilizem, de certa forma, a implementação das cartas *CUSUM* e *CUSUM*- $\ln(S^2)$  em contexto industrial.

## 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No Capítulo I apresenta-se o enquadramento da temática abordada – determinação dos parâmetros das cartas *CUSUM* e *CUSUM*- $\ln(S^2)$  através de ferramentas computacionais – são apresentados uma síntese da importância do tema e das problemáticas a abordar ao longo do trabalho, os objetivos e, finalmente, a estrutura da dissertação.

No capítulo II é feito um resumo teórico subjacente ao estudo em questão, com particular destaque para as cartas de controlo utilizadas no controlo estatístico de processos, os vários tipos de cartas, as situações em que devem ser usadas e os principais conceitos estatísticos e matemáticos envolvidos na construção das mesmas.

O capítulo III, intitulado *Desenvolvimento de Ferramentas computacionais para determinação dos parâmetros das cartas de controlo*, contempla todas as fases do procedimento utilizado para o desenvolvimento dos vários algoritmos que constituem esta ferramenta computacional. As várias fases do processo são apresentadas sequencialmente, demonstrando a forma como foram desenvolvidos os algoritmos que constituem esta ferramenta. Este capítulo inicia-se com a carta *CUSUM*, cuja finalidade é a obtenção de uma tabela que permita determinar os parâmetros  $h$  e  $ARL_{FC}$  (*Average Run Length* fora de controlo), assim como os respectivos ábacos. De seguida, dar-se-á especial atenção à carta *CUSUM*- $\ln(S^2)$  e ao conjunto de algoritmos desenvolvidos, sendo que o objetivo passa também pela obtenção dos ábacos e tabelas. Estes possibilitam a determinação dos parâmetros desta carta para situações menos comuns que as tabelas existentes hoje em dia não abrangem.

No capítulo IV apresentam-se as conclusões finais, assim como algumas sugestões para trabalhos futuros.





## 2 CAPÍTULO II – FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 INTRODUÇÃO AO CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO (SPC)

O conceito moderno de Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) pode ter tido origem no início da década de 1920, quando na *Bell Telephone Company*, uma equipa de trabalhadores se deparou com o problema de ter de produzir grandes porções de equipamento de grande qualidade para rapidamente expandir o sistema telefónico.

O controlo estatístico de processos (*SPC*) refere-se a um conjunto de métodos estatísticos usados, principalmente, para monitorizar e maximizar a qualidade e a produtividade dos processos de fabrico e/ou operações de serviço.

Segundo Chen, o *SPC* é, de longe, um dos maiores contributos para o desenvolvimento da qualidade, tendo sido implementado em diversas indústrias, tais como a indústria automóvel (Lascelles & Dale, 1988), eletrónica (Kumar & Gupta, 1993), saúde (Welsh, 1997) e até em cadeias de *fast food* como, por exemplo, a Kentucky Fried Chicken (Apte & Reynolds, 1995).

Para Rao (1989) não será nenhuma surpresa se um livro com uma lista de invenções modernas mencionar o *SPC* como uma das maiores invenções tecnológicas do século passado. De fato, foram raras as invenções tecnológicas como o *SPC*, que é tão vasto na sua aplicação e tão simples na sua teoria, que é tão eficaz nos seus resultados e no entanto tão fácil de adotar, que tem um retorno tão alto e um investimento tão reduzido.

O *SPC* dispõe de várias ferramentas e todas elas fornecem um conjunto de informações acerca dos processos produtivos, possibilitando uma tomada de decisão com um elevado grau de fiabilidade e confiança. O principal objetivo destas ferramentas passa pela monitorização e redução da variabilidade. De entre as ferramentas mais utilizadas, destacam-se as seguintes (montgomery 2012):

- Fluxograma
- Histograma
- Diagrama de Pareto
- Diagrama de causa e efeito
- Folhas de registo e verificação

- Diagrama de Dispersão
- Cartas de Controlo

De todas as ferramentas apresentadas, as cartas de controlo são uma das mais utilizadas. São usadas para detectar alterações nos parâmetros do processo que possam afetar a qualidade do *output*. As suas aplicações já não se resumem apenas à produção em meio industrial, mas também às áreas da medicina, finanças, ciências ambientais e até desporto (Afonso, 2012)

As primeiras cartas de controlo foram desenvolvidas por Walter A. Shewhart em 1924 e as suas cartas ainda hoje são as mais utilizadas. Contudo, na altura as suas ideias não tiveram o impacto esperado. Em vez disso foram exploradas outras abordagens também com bases estatísticas, como por exemplo os planos de aceitação por amostragem desenvolvido por Harold Dodge e, mais tarde, também explorado por autores como Duding e Jennet.

Seguiram-se desenvolvimentos importantes no Japão pós-guerra. Na década de 1950, W.E. Deming e J.M.Juran, a convite de engenheiros japoneses, começaram a divulgar as suas ideias, visando a importância do pensamento estatístico na resolução dos problemas produtivos. A abordagem de Deming e Juran foi consideravelmente influenciada pelo trabalho precoce desenvolvido por Shewhart. Em meados da década de 70, o Japão tinha-se tornado uma das maiores economias mundiais, muito graças aos seus notáveis engenheiros que contribuíram com ideias tais como *Total Quality Control (TQC)* ou *Just-in-Time (JIT)*.

Segundo Montgomery (2012), existe um determinado número de elementos necessários ao sucesso de um *SPC* ilustrados na figura 2.1.



Figura 2.1 - Elementos de um SPC de sucesso

O fluxograma da figura 2.2 representa, de uma forma lógica e sequencial, as diferentes fases inerentes à implementação do *SPC*, tendo em vista a realização de uma avaliação eficaz e contínua do desempenho de um processo.

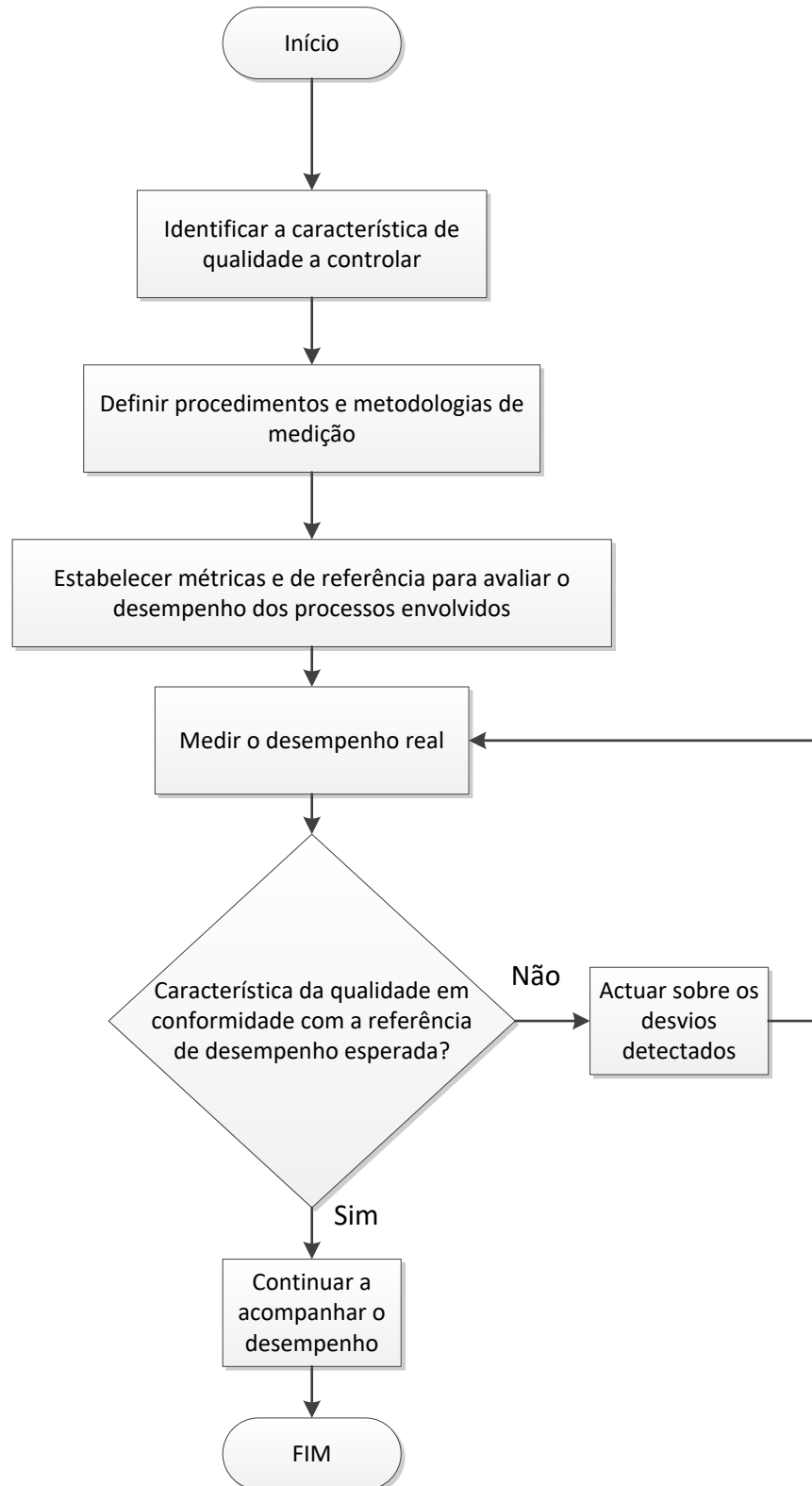


Figura 2.2- Passos para a implementação do *SPC*

O *SPC* deve ser aplicado de modo contínuo para garantir uma melhoria contínua dos índices de qualidade. É importante referir que quando são registados sinais de alguma alteração nos parâmetros do processo, há que equacionar o uso de medidas corretivas, de modo a restabelecer os índices de qualidade desejados.

## 2.2 VARIAÇÃO DO PROCESSO

Um processo é definido por um conjunto de atividades interrelacionadas e interatuantes, que transformam entradas em saídas (figura 2.3). A saída é o resultado do processo e deve satisfazer os requisitos estabelecidos inicialmente para as chamadas características da qualidade.

Contudo, qualquer que seja a característica a ser monitorizada, nunca apresenta o mesmo valor. Isto deve-se ao fato de existirem sempre várias fontes de variação que afetam o processo. Segundo Pereira e Requeijo (2012), essas fontes de variação são geralmente agrupadas em seis categorias:

- Equipamento
- Matéria-prima
- Mão-de-obra
- Meio ambiente
- Métodos
- Metrologia

A figura 2.3 ilustra um esquema representativo de um processo, de acordo com Montgomery (2012).

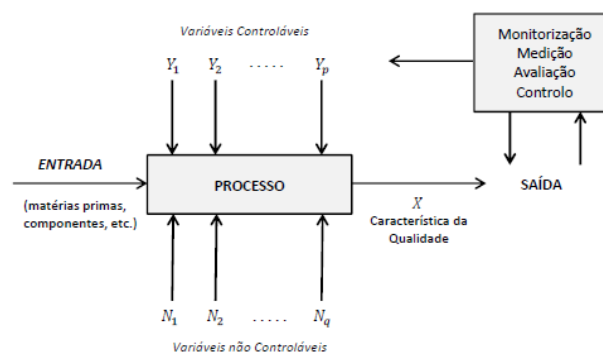


Figura 2.3 - Esquema representativo de um processo

Após a análise da mesma, é possível distinguir dois tipos de variáveis:

- As variáveis controláveis, ou seja, as que podem e devem ser controladas pelo utilizador, de forma a maximizar a qualidade do produto e a fiabilidade do processo.
- As variáveis não controláveis, ou seja, as que são independentes do utilizador e que não podem ser controladas. Temperatura, humidade, vento, etc., são exemplos de fatores não controláveis e que acrescentam variabilidade ao processo. No entanto, é importante frisar que todos os processos têm de ter em conta este tipo de variáveis, de maneira a que a variabilidade adicional não seja incontrolável.

Segundo Woodall (2000), o conhecimento da variação em termos de valores de uma determinada característica da qualidade é de importância primária durante o estudo do controlo estatístico do processo. Shewhart (1931) afirmou que as variações que ocorrem em determinado processo produtivo são originadas por dois tipos de causas:

- Causas comuns de variação (por vezes descritas em inglês como *background noise*) – são consideradas como inerentes à natureza do processo e não podem ser alteradas sem alterar o próprio processo. Estas causas são aleatórias e permanentes e podem ser descritas na forma de uma distribuição de probabilidade caracterizada por uma determinada forma e por parâmetros de localização e dispersão. Quando um processo está sujeito apenas a causas comuns de variação, o processo encontra-se sob controlo estatístico, pelo que é possível estimar os parâmetros do processo e determinar a sua capacidade para produzir conforme as especificações. No entanto, deve-se tentar minimizar as causas comuns de variação. Para isso é necessária a intervenção de altos níveis de gestão sobre as alterações a que o sistema deve ser sujeito, como por exemplo a mudança de fornecedores, de equipamento ou métodos de trabalho) (Pereira e Requeijo, 2012).
- Causas especiais de variação – são esporádicas e imprevisíveis e resultam em variações superiores às provocadas pelas causas comuns. Caso se detecte uma causa especial de variação, diz-se que o processo se encontra fora de controlo, isto porque a distribuição de probabilidade que representa a característica da qualidade a ser monitorizada deixa de ser constante ao longo do tempo. Se não for devidamente eliminada, pode, mais tarde, vir a tornar o processo instável e imprevisível.

A figura 2.4 demonstra as diferenças entre um processo onde há somente causas comuns de variação e outro processo em que existem causas especiais de variação, assim como o grau de previsibilidade inerente a cada uma destas duas situações.

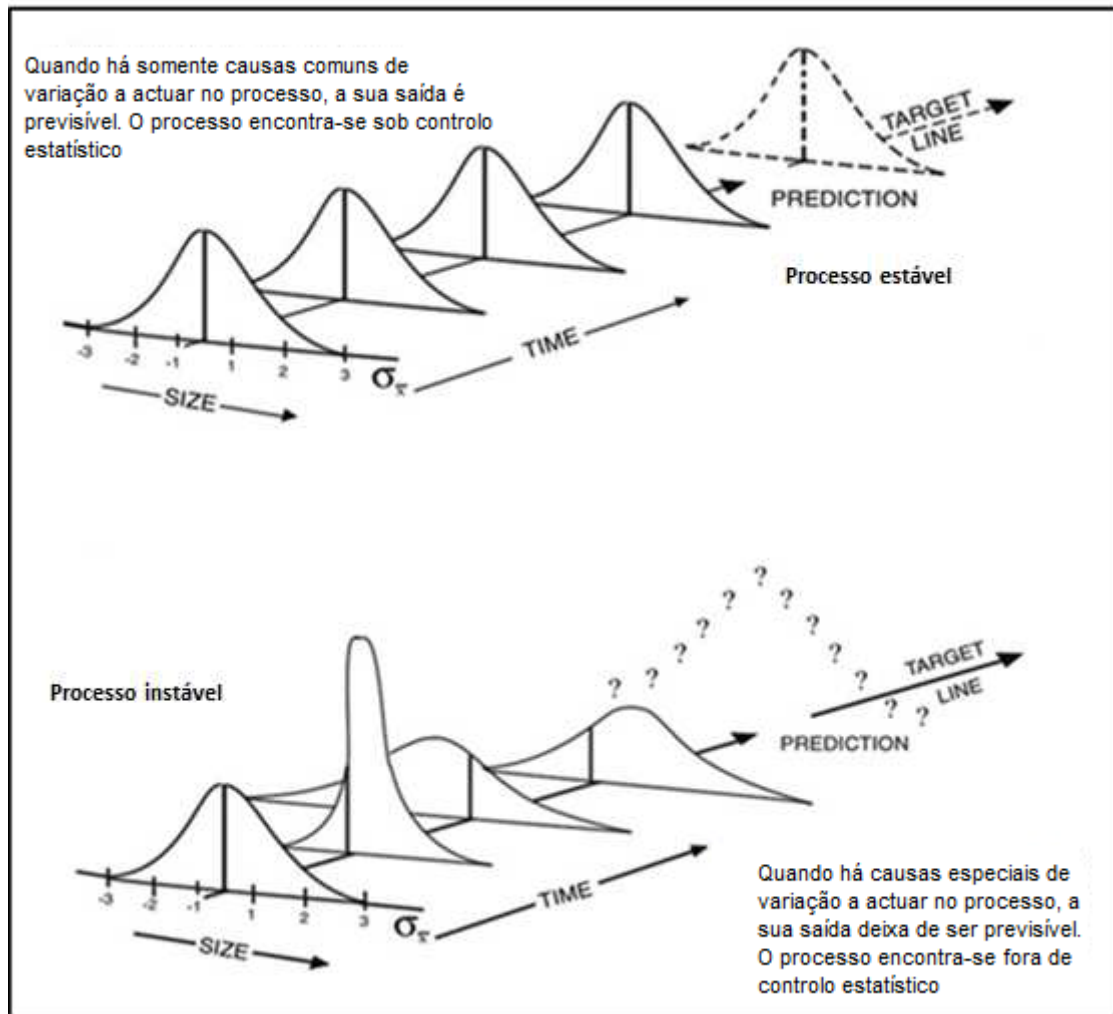


Figura 2.4 - Causa comuns e causa especiais, variabilidade e previsibilidade

Um dos objetivos principais das cartas de controlo é distinguir entre causas comuns e causas especiais, de modo a evitar uma reação excessiva ou deficitária da parte do utilizador. Pretende-se que o utilizador tenha um nível de confiança elevado no momento da tomada de decisão. Por exemplo, não deve tomar medidas corretivas no caso de se tratar apenas de uma causa comum, indicada pelo sistema como uma causa especial.

## **2.3 CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS**

### **2.3.1 INTRODUÇÃO**

Segundo Montgomery (2012) uma carta de controlo é uma representação gráfica de uma determinada estatística em relação ao tempo ou ao número da amostra.

Para se ter uma descrição mais precisa, segundo Marshall et al. (2001), uma carta de controlo tradicional (de Shewhart) é um gráfico que acompanha a variabilidade de um processo, auxiliando na identificação de causas comuns e especiais. As cartas de controlo possuem dois objetivos principais: verificar se o processo está sob controlo e certificar que ele permanece em controlo.

Tal como já foi referido anteriormente, as primeiras cartas de controlo foram desenvolvidas por Walter Shewhart na década de 1920. Desde então, são vários os autores que aprofundaram o estudo iniciado por Shewhart. Hoje em dia existem numerosos tipos de cartas de controlo e a sua utilização varia consoante o contexto do estudo em questão. Apesar de tudo, é certo que a grande razão para a utilização das cartas de controlo se deve à sua elevada fiabilidade, eficácia e usabilidade.

### **2.3.2 PREPARAÇÃO PARA A UTILIZAÇÃO DAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS**

Segundo Pereira e Requeijo (2012), para que as cartas de controlo sejam devidamente implementadas, é necessário atender aos seguintes aspectos:

- Formação adequada dos intervenientes no processo, que devem perceber as vantagens da implementação das cartas e aprender a utilizá-las e interpretá-las corretamente.
- Definição do processo, das suas fronteiras e das interações com outros processos e conhecimento dos fatores que o podem afetar (pessoas, equipamento, materiais, métodos, ambiente, sistema de medições).
- Determinação das características a controlar, já que não é economicamente viável proceder-se ao controlo de todas as variáveis. Os esforços devem concentrar-se prioritariamente nas características críticas que mais contribuem

para a melhoria da qualidade. Há certos aspectos que devem ser ponderados, como os requisitos exigidos pelo cliente/utilizador, as áreas em que se verificam grandes quantidades de produto não conforme e/ou onde o rendimento é baixo e a possível correlação entre características.

- Definição da informação a ser recolhida e do sistema de medição, o que significa que é necessário especificar o tipo de informação a ser recolhida, onde, como e sob que condições, bem como o equipamento e os métodos de medição a utilizar.
- Minimização da variação excessiva no período inicial de implementação de um programa de *SPC*, durante o qual devem ser reduzidas todas as possíveis causas de variação desnecessárias (por exemplo, evitar a mistura de lotes de matéria prima, não efetuar ajustamentos excessivos e eventualmente desnecessários do equipamento).

### 2.3.3 VANTAGENS DAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS

As cartas de controlo têm um longo historial de uso nas principais indústrias mundiais. Segundo Montgomery (2012), a popularidade das cartas de controlo deve-se a cinco fatores:

1. **As cartas de controlo são uma técnica comprovada na melhoria da produtividade.** A implementação de uma carta de controlo de sucesso irá reduzir o desperdício e a necessidade de repetição dos processos, que são os principais fatores que reduzem a produtividade.
2. **As cartas de controlo são eficazes na prevenção dos defeitos.** Ajudam o processo a manter-se sob controlo, ou seja, ajudam a implementar a filosofia de *“Fazer bem à primeira”*.
3. **As cartas de controlo previnem ajustes desnecessários no processo.** São capazes de distinguir entre causas comuns e causas especiais de variação. Não existe outra ferramenta, a não ser um operador humano, a conseguir ser tão eficaz nesta decisão.
4. **As cartas de controlo fornecem informações sobre a evolução do estado do sistema.** É frequente o padrão dos pontos de uma carta de controlo conter informação de elevada importância para um operador experiente. Essa



informação possibilita muitas vezes a implementação de mudanças no processo que melhoram o seu desempenho.

5. **As cartas de controlo fornecem informação acerca da capacidade do processo.** Informam sobre o valor dos principais parâmetros do processo, o que permite estimar a capacidade do mesmo. Esta informação é uma importante ajuda para os operadores.

Por outro lado, as cartas de controlo possibilitam que, após o processo estar sob controlo estatístico, o seu desempenho possa ainda ser continuamente melhorado por via de monitorização constante, de modo a incrementar os níveis de fiabilidade subjacentes ao processo produtivo considerado.

As cartas de controlo estão entre as ferramentas mais utilizadas no controlo de processos; são tão importantes como o controlo de custos ou o controlo de materiais. A tecnologia moderna fez com que facilmente seja possível implementar uma carta de controlo em qualquer tipo de processo, visto que a recolha de dados e a respectiva análise podem ser feitos em qualquer computador.

#### **2.3.4 PRINCÍPIOS DAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS**

A figura 2.5 representa uma carta de controlo tradicional típica. A carta contém uma linha central que representa a média, em termos de valor, da estatística ( $\omega$ ) a ser controlada. Duas outras linhas horizontais, designadas limite superior de controlo (LSC) e limite inferior de controlo (LIC), estão também presentes no gráfico. Estas linhas são essenciais para se perceber se o processo se encontra ou não sob controlo. Enquanto os valores amostrais se encontrarem dentro dos limites, assume-se que o processo se encontra sob controlo estatístico. No entanto, quando um valor cai fora dos limites de controlo, tal fato é interpretado como uma evidência de que o processo está fora de controlo e, conseqüentemente, é necessário proceder a uma investigação para descobrir as causas responsáveis e tomar medidas corretivas para eliminar imediatamente o problema.

É habitual ligarem-se os pontos do gráfico por uma linha contínua, de forma a facilitar a visualização da evolução do comportamento da estatística a ser monitorizada.

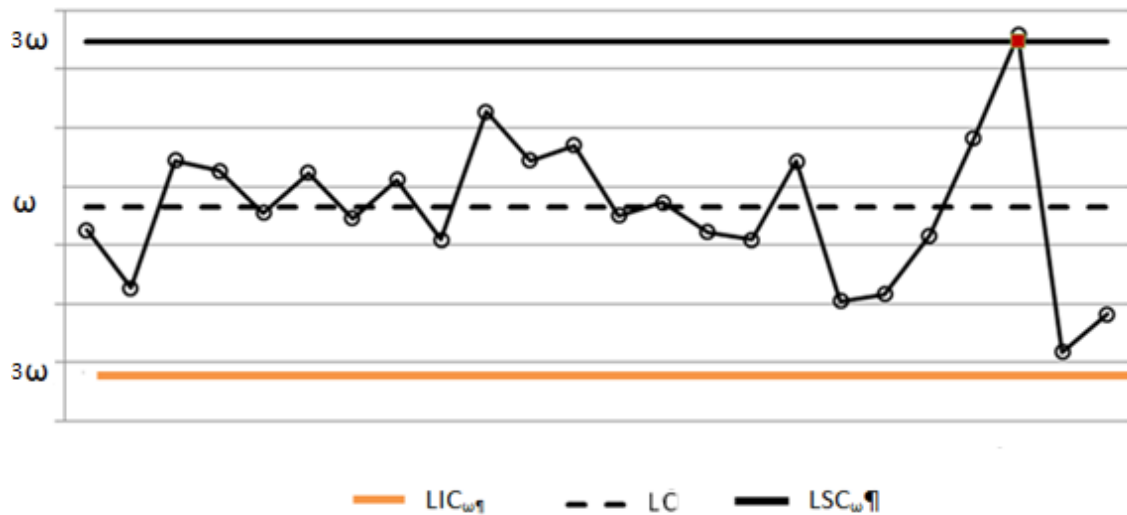


Figura 2.5 - Carta de Controle tradicional típica

No entanto, existem algumas exceções, ainda que os pontos se encontrem todos dentro dos limites de controle, caso estes se comportem de maneira sistemática ou não aleatória. Então, tal fato pode ser um indicador de que o processo se encontra fora de controle.

Segundo a norma ISO 7870-2:2013 existem oito regras que indiciam a presença de causas especiais de variação. Para a aplicação destas regras considera-se que o intervalo compreendido entre os limites de controle  $LC \pm 3\sigma_\omega$  está dividido em seis zonas iguais, cada uma com uma largura equivalente a  $1\sigma_\omega$  e designadas por A, B, C, C, B, A, em que a zona C é simétrica em relação à linha central. Na figura 2.6, é possível observar essas zonas.

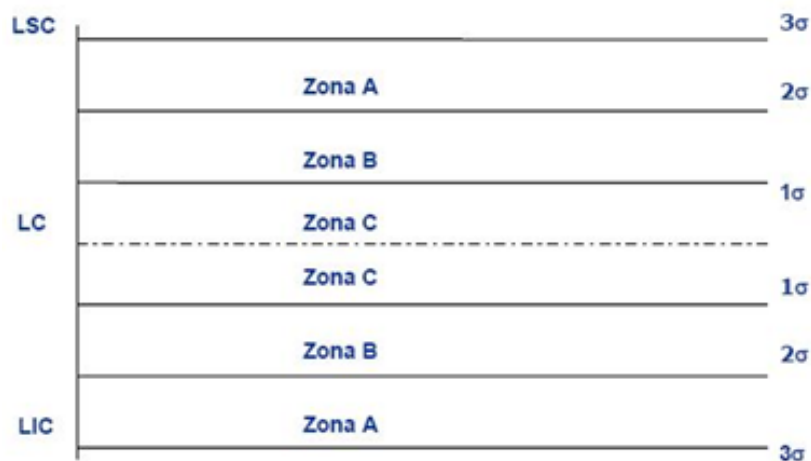


Figura 2.6 - Zonas relativas à aplicação das regras de detecção de causas especiais

As oito regras são:

- Regra 1.** Um qualquer ponto fora dos limites de ação (Limites  $\pm 3\sigma_o$ )
- Regra 2.** Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C do mesmo lado da linha central
- Regra 3.** Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente
- Regra 4.** Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente
- Regra 5.** Dois de três pontos consecutivos na zona A, do mesmo lado da linha central
- Regra 6.** Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, do mesmo lado da linha central
- Regra 7.** Quinze pontos consecutivos na Zona C acima e abaixo da linha central.
- Regra 8.** Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

A regra 1 é geralmente o critério base para determinar uma situação de fora de controlo. As restantes regras servem essencialmente para aumentar a sensibilidade das cartas de Shewhart na detecção de causas especiais de variação. No entanto, o uso simultâneo de várias regras pode aumentar substancialmente o número de falsos alarmes e, consequentemente, aumentar os custos da qualidade.

O processo de construção de uma carta de controlo varia consoante o autor. No entanto, a metodologia mais aceite entre os investigadores desta área, como Woodall ou Montgomery, assenta no pressuposto de que a construção da carta é um processo iterativo, existindo duas fases distintas:

➤ **Fase 1**

Nesta fase é feita a recolha de um conjunto de dados do processo, sendo posteriormente realizada uma análise retrospectiva dos mesmos. São calculados limites de controlo temporários para determinar se o processo tem estado sob controlo durante o intervalo de tempo em que os dados estavam a ser recolhidos e também para verificar se é possível estabelecer limites de controlo fiáveis para monitorizar a produção numa fase posterior.

Os limites são calculados com base no número de amostras,  $m$  (normalmente  $m = 20$  ou  $25$ ), e dos pontos marcados no gráfico. Os pontos que se encontram fora de controlo são eliminados e é calculado um novo conjunto de limites de controlo. Este processo repete-se até que não sejam encontrados pontos fora dos limites, desde que se eliminem apenas um pequeno número de dados.

Na figura 2.7, está esquematizado o processo de construção das cartas de controlo na Fase 1.

Por vezes, são necessários vários ciclos até deixarem de existir pontos fora dos limites de controlo.

Vale a pena salientar que o tipo de causas especiais de variação detetadas na Fase 1 são o resultado de grandes alterações nos parâmetros do processo, ou seja, é exatamente o tipo de casos que favorece a utilização das cartas de controlo de Shewhart, visto serem as mais eficazes neste tipo de situações. Além disso, são fáceis de construir e interpretar. Todos estes fatores fazem das cartas de Shewhart as mais utilizadas para a Fase 1.

Depois de verificada a estabilidade do processo, é possível estimar a média e a variância do mesmo.

Com as estimativas dos parâmetros do processo verifica-se se todas as unidades produzidas estão dentro da especificação técnica previamente estabelecida. É então possível determinar a capacidade do processo, sendo esta entendida como a aptidão de produzir consistentemente dentro dos limites de especificação (Pereira e Requeijo, 2012).

### ➤ **Fase 2**

O objetivo desta fase é monitorizar o processo. Para isso são comparados os valores das estatísticas amostrais à medida que são recolhidos e colocados no gráfico.

Nesta fase parte-se do pressuposto que o processo se encontra razoavelmente estável e que, portanto, as causas especiais de variação resultam de pequenas alterações nos parâmetros, isto porque as principais fontes de variação já foram sistematicamente removidas durante a Fase 1.

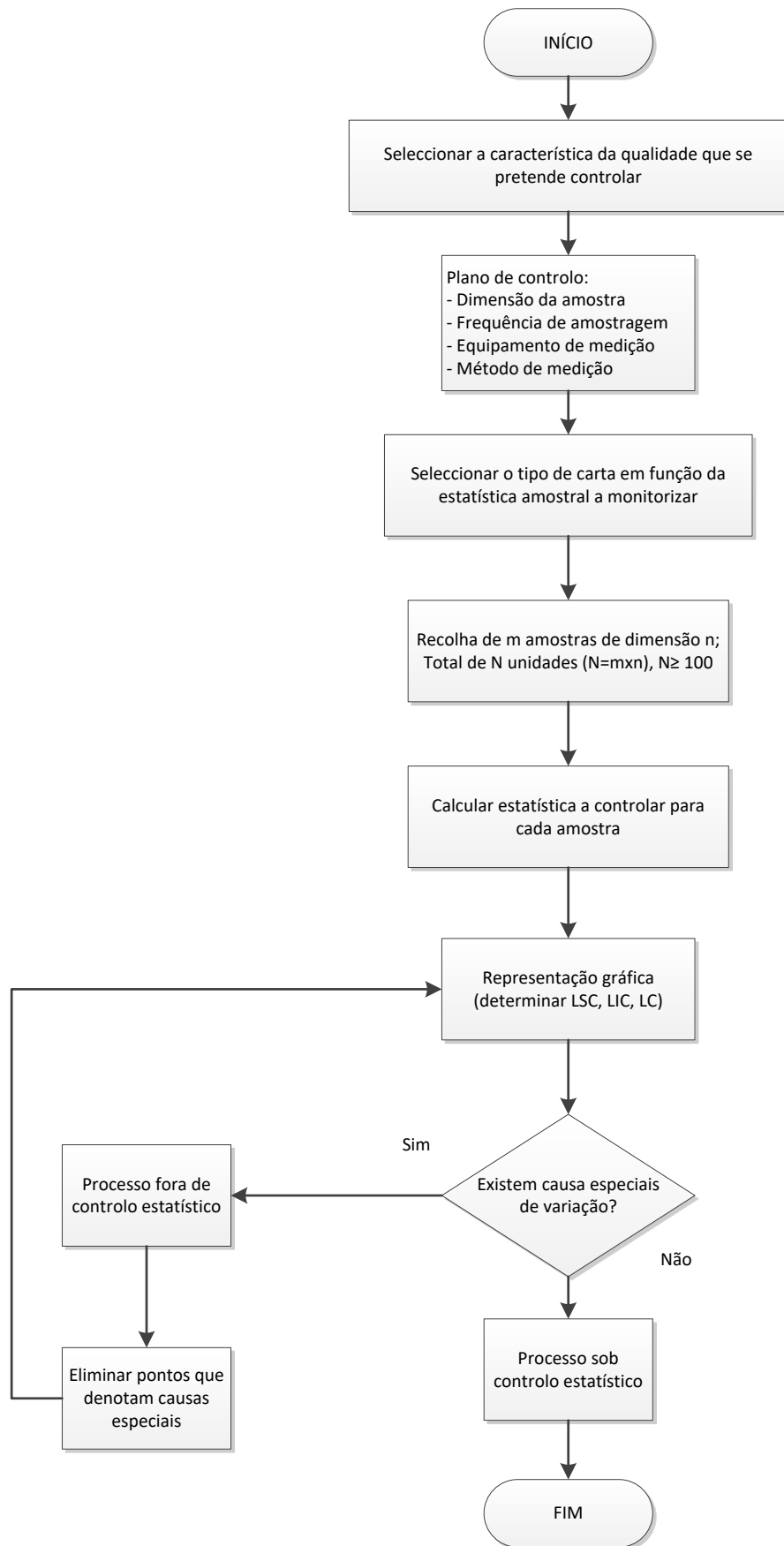


Figura 2.7 - Fluxograma dos passos inerentes à construção de uma carta de controlo (Fase 1)

Na figura 2.8, é representado o fluxograma relativo à Fase 2.

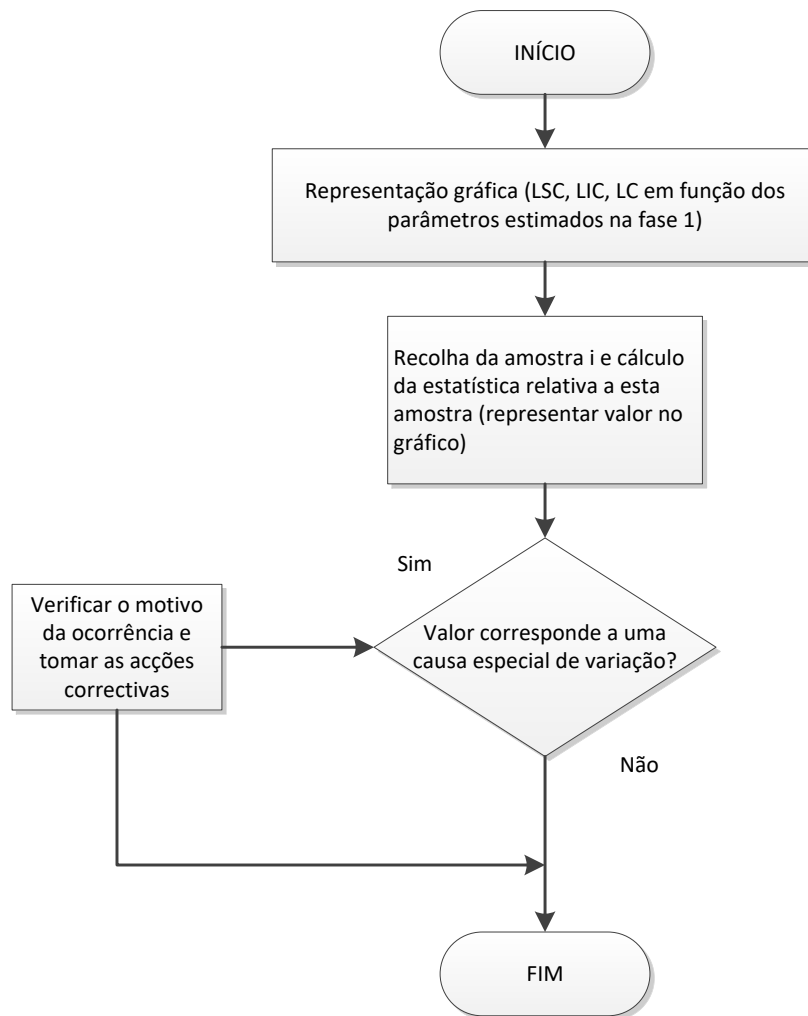


Figura 2.8 - Fluxograma dos passos inerentes à construção de uma carta de controlo (Fase 2)

A estimação dos parâmetros na Fase 1 é de extrema importância, pois se os parâmetros estimados não estiverem corretos, a Fase 2 não terá sucesso. Contudo, nem sempre é fácil estimar os parâmetros num contexto real de produção, particularmente no que concerne ao valor da variabilidade. Schoonhoven et al.(2011) compararam vários métodos diferentes de estimar o valor de  $\sigma$ , focando-se no desempenho das cartas de controlo com cada um destes estimadores na Fase 2 do *SPC*. Concluíram que, em contexto real de produção, existem diferenças de fiabilidade nas cartas de controlo consoante o tipo de estimadores utilizados e sua fiabilidade (Afonso, 2012).

### 2.3.5 INDICADOR DE DESEMPENHO

O desempenho das cartas de controlo é geralmente medido em termos de *run length*, que pode ser definido como o número de observações necessárias para ativar o alarme na carta.

O conhecimento da distribuição do *run length* permite determinar o *average run length* (*ARL*), assim como o *standard deviation of run length* (*SDRL*). O *ARL* mede a tendência central da distribuição do *run length*, enquanto o *SDRL* mede a sua dispersão.

O *ARL* é a medida mais popular para avaliar o desempenho de uma carta de controlo, sendo definido como o número médio de amostras ao fim do qual se detecta uma situação de fora de controlo

Na prática deseja-se que o valor do *ARL* seja o maior possível quando o processo se encontra sob controlo estatístico (minimizando o número de falsos alarmes) e o menor possível quando o processo está fora de controlo estatístico (maior rapidez a detectar uma anomalia) (Pereira e Requeijo, 2012).

Se as observações de determinado processo são independentes, então para qualquer carta de controlo de Shewhart, o *ARL* pode ser calculado facilmente pela equação:

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \quad (2.1)$$

Onde  $\alpha$  representa a probabilidade de qualquer ponto exceder os limites de controlo quando o processo está sob controlo estatístico. Também é muitas vezes designado como nível de significância, risco do produtor ou a probabilidade de cometer o *erro tipo I*, ou seja, refere-se ao risco do produtor rejeitar uma amostra conforme.

Se o processo se encontra fora de controlo o valor de *ARL* pode ser definido por:

$$ARL_{\text{Fora de controlo}} = \frac{1}{1-\beta} \quad (2.2)$$

Onde  $(1-\beta)$  representa a probabilidade de qualquer ponto exceder os limites de controlo quando o processo está fora de controlo estatístico. É usual referir-se  $\beta$  como o risco do

consumidor ou a probabilidade de cometer o *erro tipo II*, ou seja, o risco de aceitar uma amostra não conforme.

Nas cartas de Shewhart, sabe-se que  $\alpha = 0,27\%$ , assumindo que  $\mu$  e  $\sigma$  são estimados sem erro, então:

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \Leftrightarrow ARL = \frac{1}{0,0027} = 370$$

$$ARL_{EC} = 370 \text{ amostras}$$

Conclui-se que as cartas de controlo de Shewhart apresentam um falso alarme a cada 370 amostras. O desvio padrão será dado por  $\sqrt{1-\alpha}/\alpha \approx 370$ , ou seja, o valor do desvio padrão é aproximadamente igual ao da média, pelo que em casos práticos, o valor do  $ARL_{EC}$  pode variar bastante.

Uma outra medida de desempenho das cartas de controlo é a Curva Característica Operacional, que apresenta resultados semelhantes aos do  $ARL$ . No entanto, optou-se por não aprofundar esta medida, visto ser pouco utilizada.

### 2.3.6 TIPOS DE CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS

Segundo Pereira e Requeijo (2012) e Montgomery (2012), há dois tipos de cartas vulgarmente utilizadas, são elas:

- Cartas de controlo de variáveis – são usadas para o controlo de dados contínuos, como por exemplo distâncias, peso e outras dimensões. Neste tipo de cartas, como a dispersão da população não depende unicamente da medida da tendência central, devem ser construídos dois gráficos, um para controlar o parâmetro de localização e outro para controlar o parâmetro de dispersão da população.
- Cartas de controlo de atributos – são usadas para o controlo de dados discretos, como o número de unidades não conformes (defeituosas) ou o número de defeitos. Neste tipo de cartas, como o desvio padrão depende unicamente da média e da dimensão da amostra, é apenas construído um gráfico.



O Tabela 2.1 sintetiza as cartas tradicionais mais utilizadas para o controlo de variáveis e para o controlo de atributos.

Tabela 2.1 - Tipos de Cartas de Controlo

Carta de Controlo	
Variáveis	Atributos
Média e Amplitude Carta $\bar{X}$ e Carta R	Proporção de unidades não conformes Carta p
Média e Desvio Padrão Carta $\bar{X}$ e Carta S	Número de unidades não conformes Carta np
Média e Variância Carta $\bar{X}$ e Carta $S^2$	Número de defeitos Carta c
Média e Amplitude Carta $\bar{X}$ e Carta R	Número de defeitos por unidade Carta u
Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta X e Carta MR	

### 2.3.7 OUTRAS CARTAS DE CONTROLO TRADICIONAIS

As cartas de controlo podem ainda ser classificadas consoante outros aspectos:

- Classificação consoante o número de características a controlar.
- Classificação segundo o tipo de memória.

Conforme o número de características a controlar, as cartas de controlo podem ser classificadas como univariadas ou multivariadas. **As cartas univariadas**, como o

próprio nome indica, controlam apenas uma característica da qualidade, enquanto as **cartas multivariadas** controlam em simultâneo mais do que uma característica.

Em contexto real de produção, muitas vezes pretende-se controlar em simultâneo várias características da qualidade para um determinado *output*. Nestas situações, o uso de cartas de controlo para cada uma das variáveis origina um conjunto extenso de documentos. Além disso, podem cometer-se erros de análise, sendo a gravidade do erro tanto maior quanto maior for a correlação entre as características da qualidade em controlo. O fato mais grave consiste na não identificação de alterações que possam ocorrer na correlação entre as variáveis, levando a considerar os processos sob controlo estatístico quando realmente estão presentes causas especiais de variação (Pereira e Requeijo, 2012). Nestas situações o uso de cartas de controlo multivariadas torna-se imperativo.

Quando classificadas consoante o tipo de memória, as cartas de controlo são agrupadas em dois grupos:

- **Cartas de controlo sem memória**, que consideram apenas a informação disponibilizada no momento, como por exemplo as cartas de Shewhart;
- **Cartas de controlo com memória**, que têm em conta todo o historial de informação do processo sendo as mais conhecidas as cartas de controlo de somas acumuladas (*CUSUM*) e as cartas da média móvel exponencialmente amortecida (*EWMA*).

No momento da escolha da carta de controlo a utilizar, é necessário ter em conta vários fatores, tais como o tipo de dados recolhidos, o tamanho da amostra ou a magnitude da alteração dos parâmetros que se pretende detectar.

### 2.3.8 CAPACIDADE DO PROCESSO

O desempenho de um processo e a qualidade do seu produto devem-se, em grande parte, às decisões tomadas no início do desenvolvimento do mesmo. Está claro que controlar um processo através dos seus *outputs* é muito menos eficaz do que gerir preventivamente as causas entre os *inputs* (Jeang, 2008).

As cartas de controlo ajudam a prevenir as causas associadas aos *inputs*, em especial as causas especiais de variação. No entanto, também é necessário saber antes de passar à

Fase 2, se o processo tem capacidade para produzir de acordo com as especificações técnicas estabelecidas inicialmente. A capacidade do processo reflete a variação devida às causas comuns (Pereira e Requeijo, 2012).

A análise da capacidade tem como objetivo comparar uma determinada característica da qualidade com as especificações técnicas previamente estabelecidas para essa mesma característica. Segundo Pereira e Requeijo (2012) o estudo da capacidade do processo é de importância primária na melhoria da qualidade, permitindo:

- prever se o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações técnicas previamente estabelecidas;
- ajudar a selecionar ou a modificar um processo ou uma máquina;
- selecionar fornecedores;
- reduzir a variação do processo.

A capacidade do processo é medida através dos índices de capacidade, que têm a função de avaliar como é que o processo está a produzir face à especificação técnica. Os índices de capacidade para uma única característica da qualidade foram desenvolvidos no passado, por autores como: Kane (1986), Choi e Owen (1990), Pearn (1992), Kotz e Johnson (1993), Boyles (1994), Vannman (1995), Chan (1998), Deleryd (1999), e é hoje em dia o critério mais aceite na avaliação da capacidade do processo.

Os índices de capacidade mais usados, considerando que os dados seguem uma distribuição Normal, são:

- **Índice  $C_p$**

Segundo Requeijo (2012), atribuiu-se a Juran (1974) o desenvolvimento deste índice de capacidade. É geralmente designado de índice de capacidade potencial e é o índice mais simples, considerado como a taxa de tolerância à variação do processo. Quanto maior for o valor do índice, menos provável é que o processo apresente valores fora das especificações. Considera-se que um  $C_p = 1,33$ , é um valor aceitável para processos ou máquinas existentes, quando a especificação é bilateral.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.3)$$

Em que:

- *LSE*: Limite Superior de Especificação
- *LIE*: Limite Inferior de Especificação

- $\sigma$ : Desvio padrão do processo

No entanto, este índice tem algumas desvantagens. Uma delas deve-se ao fato de não considerar a média do processo, retratando apenas a sua variação, ou seja, o processo pode ter um  $C_p = 1,33$  mas como a média não está centrada com o valor nominal, está a produzir fora da especificação.

- **Índices  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$**

Na sequência das lacunas inerentes ao índice  $C_p$ , foram desenvolvidos outros índices, designados de índices de segunda geração.

O primeiro é o índice  $C_{pk}$ , que tem a vantagem em relação ao índice  $C_p$  de considerar a centralização do processo, ou seja, é o ajuste do índice  $C_p$  para uma distribuição não centrada entre os limites de especificação.

$$C_{pk} = \min((C_{pk})_I, (C_{pk})_S) \quad (2.4)$$

Com

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - \text{LIE}}{3\sigma} \quad (2.5)$$

$$(C_{pk})_S = \frac{\text{LSE} - \mu}{3\sigma} \quad (2.6)$$

O processo é capaz se  $C_{pk} \geq 1,33$  e está centrado no valor nominal se  $(C_{pk})_I = (C_{pk})_S$ .

Se a especificação for unilateral, o índice da capacidade do processo  $C_{pk}$  é definido pela equação 2.5 quando a característica é do tipo quanto-maior-melhor e tem obrigatoriamente de se encontrar acima de um limite inferior de especificação LIE ou, pela equação 2.6, quando se está perante uma característica do tipo quanto-menor-melhor, que tem de estar abaixo de um limite superior de especificação LSE. Para uma especificação técnica unilateral, considera-se habitualmente que o processo é capaz quando  $C_{pk} \geq 1,25$ . No entanto, como já se referiu, o valor de  $C_{pk}$  deve ser o mais elevado possível (Pereira e Requeijo, 2012).

O índice  $C_{pm}$  foi introduzido por Taguchi e Wu (1985) e Chan, Chen e Spiring (1988). É baseado no mesmo princípio do índice  $C_p$ , com a diferença de considerar no intervalo da tolerância natural do processo o desvio da média relativamente ao valor nominal, T, da característica.

Este índice é dado por:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.7)$$

➤ **Índices  $C_{pmk}$**

A introdução deste índice é atribuída a Pearn, Kotz e Johnson (1992). Este índice é baseado no mesmo conceito do  $C_{pk}$ , mas tal como o  $C_{pm}$ , considera no intervalo de tolerância natural do processo o desvio da média relativamente ao valor nominal (Pereira e Requeijo, 2012).

$$C_{pmk} = \frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.8)$$

Para o cálculo dos índices até agora referidos é necessário estimar a média e o desvio padrão do processo quando este se encontra estável, ou seja, apenas sujeito a causas comuns de variação. Caso contrário é provável a existência de causas especiais de variação que prejudicam o processo, aumentando a variabilidade e inviabilizando qualquer previsão fiável, já que os parâmetros são instáveis.

## 2.4 CARTAS DE CONTROLO ESPECIAIS

Atualmente, a concorrência entre empresas é cada vez maior. Cada vez se produz maior variedade de produtos, mas em menor quantidade de cada vez, o que implica um maior controlo dos processos produtivos. A concorrência entre empresas tem levado ao desenvolvimento de novas metodologias, que assentam na implementação de novas técnicas aplicadas às várias vertentes do negócio, como por exemplo na área financeira, produção, distribuição e marketing (Pereira e Requeijo, 2012).

Na área da qualidade, em particular no controlo estatístico de processos, têm sido desenvolvidos novos métodos, nomeadamente através de novas cartas de controlo. Desde as primeiras cartas, introduzidas por Shewhart, foram vários os avanços nesta área no sentido de criar um conjunto vasto de técnicas, que possam ser utilizadas em situações específicas, de modo a contribuir para uma melhoria dos processos produtivos através da minimização da variabilidade.

Tal como foi referido anteriormente na secção 2.3.4, as cartas tradicionais de Shewhart são utilizadas na Fase 1. Contudo, relativamente à Fase 2, existem outros tipos de cartas, com diferentes características e que apresentam algumas vantagens em relação às

cartas de Shewhart, como por exemplo as cartas de Somas Acumuladas (*CUSUM*) e as cartas de Média Móvel Exponencialmente Amortecida (*EWMA*).

As cartas de Shewhart são técnicas desprovidas de memória, ou seja, apenas contemplam as últimas informações acerca do processo e ignoram a sequência dos dados, o que diminui a sensibilidade de detecção de pequenas ou moderadas alterações nos parâmetros do processo. Este aspeto é de importância crucial na aplicação da Fase 2 do *SPC*, onde é importante ter em conta o historial de informação do processo.

As cartas especiais mais utilizadas são as cartas de controlo de somas acumuladas (*CUSUM*) e as cartas de controlo de média móvel exponencialmente amortecida (*EWMA*). Ambas permitem aumentar a sensibilidade de detecção de causas especiais sem aumentar os custos (Pereira e Requeijo, 2012).

Estas duas cartas de controlo (*CUSUM* e *EWMA*) podem ser utilizadas para o controlo da **média** e da **variância** do processo, podendo tornar-se ainda mais eficientes caso sejam realizadas certas adaptações nas mesmas, tendo sempre em conta as especificidades do processo a controlar, como por exemplo:

- Qual o parâmetro que vai ser controlado, média ou variância
- Cartas de controlo usando amostras ou observações individuais
- Objetivo de aumentar a sensibilidade da carta no início da análise do processo

Esta dissertação tem como objetivo desenvolver uma ferramenta computacional, através do software *Matlab* com aplicação ao controlo estatístico, e que possibilite a definição dos diversos parâmetros das cartas de controlo *CUSUM* e *CUSUM*-ln( $S^2$ ) para diferentes cenários. Como tal, este capítulo incide o seu foco na temática destas duas cartas de controlo. As restantes cartas de controlo especiais não serão abordadas, visto que não fazem parte do âmbito da dissertação.

## **2.4.1 CARTAS DE CONTROLO DE SOMAS ACUMULADAS (*CUSUM*)**

### **2.4.1.1 FUNDAMENTOS DAS CARTAS *CUSUM* PARA O CONTROLO DA MÉDIA**

As cartas de controlo de Somas Acumuladas, vulgarmente designadas de cartas de controlo *CUSUM*, foram introduzidas por Page em 1954. Diversos autores publicaram estudos sobre este assunto, nomeadamente Page (1961), Ewan (1963), Lucas (1982),

Hawkins (1981), Gan (1991), Woodal e Adams (1988). O livro de Hawkins e Olwell (1998) é recomendado para este caso em particular.

A técnica mais utilizada para a aplicação da carta *CUSUM* assenta na construção de duas semi-cartas, uma para detectar aumentos e outra para detectar decréscimos na média do processo. As variáveis utilizadas na construção da carta são determinadas com base nos dados recolhidos do processo e dos parâmetros da carta ( $k$ ,  $h$ )

Esta versão da carta *CUSUM* envolve a seleção dos parâmetros  $k$  e  $h$ , para que a curva do *ARL* contemple dois pontos  $(0, L(0))$  e  $(\delta, L(\delta))$ , onde  $L(0)$  é o *ARL* desejado quando o processo está sob controlo estatístico ( $ARL_{Em\ Controlo}$ ) e  $L(\delta)$  é o *ARL* após se ter dado uma alteração  $\Delta = \delta\sigma_{\bar{X}}$  da média do processo ( $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ ). A alteração  $\Delta$  da média do processo é geralmente pequena (comparativamente com a média do processo), pretendendo-se a sua rápida deteção (Requeijo, 2003).

Após definição do valor  $\Delta = \delta\sigma_{\bar{X}}$ , projecta-se a melhor carta de controlo *CUSUM* escolhendo convenientemente  $L(0)$  e  $L(\delta)$ , os quais dependem dos parâmetros  $k$  e  $h$ . As variáveis  $T$  e  $C$  que servem para construir as duas semi-cartas, são obtidas, no instante  $t$ , por:

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k)); T_0 = 0 \quad (2.9)$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k)); C_0 = 0 \quad (2.10)$$

$$Z_t = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (2.12)$$

$$\Delta = \delta\sigma_{\bar{X}} \quad (2.13)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma} \quad (2.14)$$

$$k = \frac{\delta}{2} \quad (2.15)$$

Nas equações anteriores considera-se:

$\bar{X}_t$  – Média da amostra  $t$

$\mu$  - Valor inicial da média do processo

$\sigma$  – Desvio padrão do processo

$n$  – Dimensão da amostra

$Z_t$  – Variável normal reduzida referente a  $\bar{X}_t$

$k$  – Valor de referência

As semi-cartas  $T$  e  $C$  são responsáveis, respetivamente, pela deteção de decréscimos e aumentos da média do processo. O processo é considerado fora de controlo estatístico, caso se verifique uma das seguintes condições:

$$T_t < -h \quad (2.16)$$

$$C_t > h \quad (2.17)$$

Onde  $h$  representa o limite de controlo da carta CUSUM.

A figura 2.10 exemplifica uma carta de controlo de somas acumuladas (*CUSUM*) para controlo da média do processo, em que foi utilizado um  $ARL_{EC}$  de 370.

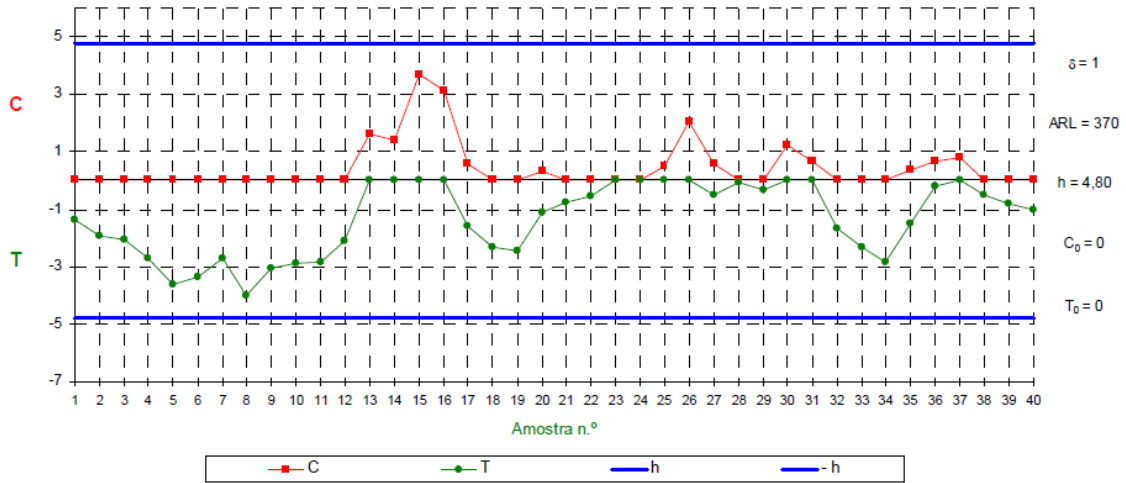


Figura 2.9 - Carta de controlo de somas acumuladas (*CUSUM*)

No exemplo da figura 2.10 não houve pontos fora dos limites de controlo e, como tal, conclui-se que não foram detectadas alterações na média do processo.

No entanto, no caso de se detectar uma alteração, é importante determinar o novo valor aproximado da média do processo, para que sejam desencadeadas as ações corretivas mais adequadas. A expressão para o cálculo da nova média é dada por:

$$\mu_{novo} = \begin{cases} \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \left(k + \frac{C_t}{N_C}\right), & C_t > h \\ \mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \left(k - \frac{T_t}{N_T}\right), & T_t < -h \end{cases} \quad (2.18)$$

Onde  $N_T$  e  $N_C$  indicam, respetivamente, o número de períodos consecutivos em que  $T$  e  $C$  são diferentes de zero.



No caso da suspeita de que, no início do estudo o processo está fora de controlo, a maioria dos investigadores recomenda a utilização do conceito *FIR* (*Fast Initial Response*), que tem como objetivo aumentar a sensibilidade das cartas no início da análise do processo.

A construção da Carta *CUSUM-FIR* é muito semelhante à da carta *CUSUM* tabular. A única diferença reside no valor inicial das variáveis  $T$  e  $C$ , que em vez de zero, tomam os valores:

$$T_0 = -\frac{h}{2} \quad (2.19)$$

$$C_0 = \frac{h}{2} \quad (2.20)$$

Segundo Pereira e Requeijo (2012), a utilização de valores diferentes de zero para as variáveis  $T$  e  $C$  apresenta duas vantagens:

- No caso de o estudo se iniciar quando o processo está controlado estatisticamente, com um valor da média próximo do valor alvo, os valores de  $T$  e  $C$  da carta *CUSUM-FIR* tendem rapidamente para valores próximos de zero, notando-se um pequeno efeito de  $T_0$  ou  $C_0$  na carta de controlo.
- Se, pelo contrário, quando o estudo se inicia, o processo apresenta desde logo um valor da média suficientemente diferente do valor alvo, os valores iniciais  $T_0$  ou  $C_0$  levam a carta *CUSUM* a detectar mais rapidamente uma eventual alteração da média do processo, resultado assim um menor valor para  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ .

#### 2.4.1.2 CONSTRUÇÃO DE UMA CARTA *CUSUM*

Para um bom desempenho da carta *CUSUM* é necessário uma boa escolha dos parâmetros  $k$  e  $h$ . Segundo Montgomery (2012), é recomendável que estes parâmetros sejam escolhidos de maneira a produzir um bom desempenho do  $ARL$ , i.e., maior  $ARL_{EC}$  e menor  $ARL_{FC}$  possíveis. Já foram vários os estudos em que foi analisado o desempenho do  $ARL$  e, com base nesses estudos, Montgomery recomenda usar os valores:  $k=0,5$  e  $h=4$  ou  $h=5$ .

O Tabela 2.2 ilustra o porquê desta escolha de parâmetros:

Tabela 2.2 - Desempenho de ARL para a carta CUSUM com  $k=0.5$ ,  $h=4$  e  $h=5$

Alteração da Média $\delta$ (múltiplo de $\sigma$ )	$h=4$ $\alpha \approx 0,6\%$	$h=5$ $\alpha \approx 0,2\%$
0	168	465
0,25	74,2	139
0,5	26,6	38,0
0,75	13,3	17,0
1,00	8,38	10,4
1,50	4,75	5,75
2,00	3,34	4,01
2,50	2,62	3,11
3,00	2,19	2,57
4,00	1,71	2,01

Como se verifica através da leitura do Tabela 2.2, para uma alteração de  $1\sigma$  na média do processo, para  $h=4$  corresponde um  $ARL_{FC}=8,38$  amostras, enquanto para  $h=5$  corresponde um  $ARL_{FC}=10,4$  amostras.

No caso de se querer usar um nível de significância igual ao das cartas de Shewhart, ou seja, com  $\alpha=0,0027\%$  ( $ARL_{EC}=370$ ), pode-se consultar a tabela elaborada por Hawkins (1988) para determinar os parâmetros  $h$  e  $k$  que resultam num  $ARL_{Em \text{ Controlo}}=370$ , conforme o Tabela 2.3

Tabela 2.3 - Valores de  $k$  e  $h$  para  $ARL=370$

$k$	0,25	0,5	0,75	1,00	1,25	1,50
$h$	8,01	4,77	3,34	2,52	1,99	1,61

Para finalizar, segundo Pereira e Requeijo (2012), para construir uma carta de controlo *CUSUM* com sucesso, devem ser seguidos os seguintes passos:

1. Selecionar o valor aceitável de  $ARL_{Em \text{ controlo}}$ .
2. Decidir qual o menor valor da alteração  $\Delta$  da média do processo que se pretende detectar.
3. Selecionar o valor do parâmetro  $k$  que conduz ao menor  $ARL_{Fora \text{ de Controlo}}$  para o valor de  $\Delta = \delta\sigma_{\bar{x}}$  selecionado (segundo Montgomery o melhor valor de  $k$  é  $\delta/2$ ).

4. Determinar o valor do parâmetro  $h$  correspondente ao valor de  $ARL_{Em\ controle}$  definido no passo 1.
5. Proceder a uma análise de sensibilidade, comparando os valores de  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ , quer para os parâmetros  $(k, h)$  determinados nos passos 3 e 4, quer para outras combinações destes parâmetros.
6. Selecionar a carta CUSUM que apresentar o menor  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ . Se  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  para o valor definido para  $\delta$  não for suficientemente pequeno, deve encarar-se a possibilidade de aumentar a dimensão da amostra.

Para a determinação do valor do parâmetro  $h$ , sugere-se a utilização das tabelas e ábacos apresentados na secção 3.1.1.6 que são o resultado do trabalho levado a cabo nesta dissertação, em que foram calculados com recurso ao método de simulação de Montecarlo. Em alternativa, podem consultar-se os ábacos desenvolvidos por Gan (1991).

#### 2.4.1.3 O ARL DAS CARTAS CUSUM

Como já foi referido anteriormente, o  $ARL$  é o principal indicador de desempenho das cartas de controlo. É definido como o número médio de pontos necessários até que seja detetado um ponto fora dos limites de controlo da carta. Expressa a sensibilidade da carta no sentido de detetar alterações na estatística que está a ser controlada. Pretende-se que o  $ARL_{Em\ Controlo}$  seja o maior possível e que o  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  seja o menor possível. O  $ARL$  depende da dimensão da amostra  $n$ , do limite de decisão  $h$  e da dimensão da alteração  $k=\delta/2$ , que se deseja detectar (Pereira e Requeijo, 2012).

Existem várias técnicas que podem ser utilizadas para calcular o  $ARL$  de uma carta de controlo CUSUM. Vance (1986) introduziu um programa computacional bastante preciso para calcular o  $ARL$  de cartas CUSUM para controlo da média de um processo em que a característica da qualidade segue uma distribuição Normal. Brook e Evans (1972) introduziram um método de aproximações baseado nas cadeias de Markov, enquanto Hawkins (1992) desenvolveu um método simples, mas muito preciso, baseado numa equação de aproximação. Esta aproximação requer a consulta de uma tabela de constantes e o seu grau de fiabilidade varia entre 1% e 3% do valor real do ARL. Woodall e Adams (1993) recomendam uma aproximação dada por Siegmund (1985) devido à sua simplicidade.

Gan (1991) e posteriormente Chang e Gan (1992) determinaram os valores de *ARL* para as cartas *CUSUM* com recurso a simulação computacional. No entanto, Chang e Gan concluíram, através das simulações efetuadas, que existe uma diferença considerável no resultado do *ARL* quando se está perante valores da característica da qualidade independentes, identicamente e normalmente distribuídos e quando se está perante uma situação na qual estes pressupostos não se verificam (Afonso, 2012).

Quando a curva da distribuição é mais larga que a distribuição normal, então o valor de *ARL* tende a ser mais pequeno e, por isso, o risco de ocorrência de falsos alarmes é maior (Chang e Gan, 1995).

#### **2.4.1.4 DESVANTAGENS DAS CARTAS CUSUM E NOVOS MÉTODOS**

O desempenho das cartas *CUSUM* depende, em parte, da alteração pré-definida da média do processo que se pretende detectar. Moustakides (1986) e Ritov (1990) provaram que o desempenho em detectar uma alteração da média do processo, numa carta de controlo do tipo *CUSUM* unilateral com o valor de referência  $k$ , é ótimo em termos de *ARL* se a alteração real da média é  $\delta$ .

No entanto, em contexto real de produção, raramente se sabe qual a exata alteração da média do processo até a mesma ser detetada. Vários estudos demonstram que quando a alteração da média é diferente da assumida inicialmente, a carta *CUSUM* tem um desempenho fraco. Assim, vários investigadores desenvolveram novos métodos de maneira a que as cartas de controlo abrangessem um intervalo de valores de possíveis alterações da média do processo.

Uma das abordagens consiste na junção de duas ou mais cartas de controlo distintas, como por exemplo Lorden e Eisengerger (1973), Lucas (1982), Rowlands et al. (1982), Dragalin (1993, 1997) e Sparks (2000), que estudaram a combinação de várias cartas de controlo *CUSUM* com as cartas de Shewhart. Na grande maioria dos casos foi verificado que, por vezes, a combinação *CUSUM*-Shewhart aumenta significativamente a eficiência da carta na detecção de alterações da média do processo.

Dong et al (2007) desenvolveram um método que designaram de *Multi-CUSUM*, que consiste na construção de múltiplas cartas de controlo *CUSUM* com diferentes valores de referência  $k$ , mas que atuam em simultâneo na deteção de alterações na média do processo. Depois de comparar o desempenho com as cartas *CUSUM* tabular, *CUSUM*

tradicional, *EWMA* e *Multi-EWMA*, chegaram à conclusão que os resultados eram favoráveis.

Uma outra abordagem foi introduzida por Ryu e Wan (2010), em que é atribuída uma distribuição de probabilidade à alteração da média do processo  $\delta$ . Neste método é utilizado um indicador de desempenho baseado no *ARL*, designado de *expected Weighted run length (EWRL)* e, que na opinião de alguns autores, tem um nível de desempenho superior ao *ARL* quando se desconhece a alteração da média do processo.

Resta salientar que, apesar de todas as melhorias que estes novos métodos possam trazer, têm todos a desvantagem de serem mais complexos na sua implementação, tanto a nível matemático como a nível computacional, o que faz aumentar os tempos de implementação, assim como os custos de qualidade inerentes aos mesmos.

#### **2.4.2 CARTAS DE CONTROLO CUSUM PARA CONTROLO DA VARIÂNCIA DO PROCESSO**

Embora a grande maioria dos estudos incida no controlo da média do processo, a implementação de cartas de controlo para a monitorização da dispersão do processo também é importante, na medida em que possibilitam uma rápida deteção de possíveis alterações na variância do processo. Por consequência, é limitada a produção de produto não conforme (Trovato et al, 2010).

Shewhart foi dos primeiros autores a introduzir cartas de controlo para a dispersão do processo como as cartas *MR*, *R*, *S* e *S<sup>2</sup>*. Contudo, as cartas desenvolvidas por Shewhart têm pouca sensibilidade, especialmente no que concerne à deteção de decréscimos. É de salientar que um decréscimo da variabilidade do processo significa uma melhoria do mesmo. Como tal, é igualmente importante detectar tanto decréscimos como aumentos, de modo a ser conhecida a razão do processo estar a melhorar ou a piorar. Posto isto, as cartas de controlo especiais destacam-se como uma ferramenta adequada a este tipo de situações, visto serem eficazes a detectar, não só aumentos, mas também decréscimos da variância do processo (Pereira e Requeijo, 2012).

Desde os anos 80 do século XX o interesse na redução da variabilidade de processos tem vindo a aumentar. Vários investigadores propuseram novas cartas para o controlo da dispersão do processo. Destacam-se as publicações relativas às cartas de controlo do

tipo *EWMA* de: Sweet (1986), Ng e Case (1989), Crowder e Hamilton (1992), MacGregor e Harris (1993), Gan (1995) e mais recentemente de Castagliola (2005).

As primeiras aplicações da carta *CUSUM* para detectar aumentos na variabilidade do processo pertencem a Page (1963) e Tuprah e Ncube (1987). Mais recentemente, Chang e Gan (1995) desenvolveram uma carta de controlo baseada na transformação logarítmica da variância amostral  $S^2$  (*CUSUM*- $\ln(S^2)$ ), tendo concluído que esta apresentava uma ligeira vantagem no desempenho do *Run Length* para a deteção de aumentos na variância do processo.

Existem cartas de controlo da dispersão, tanto para situações em que os dados são organizados em amostras, como para casos em que se utilizam observações individuais. De todos os desenvolvimentos que se apresentam nesta dissertação, assume-se que os valores das características da qualidade  $X$  são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

Caso não seja possível recorrer a amostras, o controlo da dispersão do processo é geralmente realizado através da carta *MR* (amplitude móvel) de Shewhart. No entanto esta carta apresenta algumas lacunas como a não independência de amplitudes móveis consecutivas e a pouca sensibilidade em detectar uma diminuição da dispersão do processo. As cartas *CUSUM* surgem com uma alternativa viável para este tipo de situações, visto que diminuem o tempo de deteção de uma alteração da dispersão, quer se trate de um aumento ou de um decréscimo. Se a média do processo é conhecida pode ser utilizada a carta *H8I-CUSUM* introduzida por Hawkins (1981). Caso a média do processo não seja conhecida pode utilizar-se a carta *H8I-CUSUM* ou, em alternativa, a carta *CUSUM-MR*.

Para situações em que os dados são organizados em amostras, os exemplos mais comuns da utilização das cartas de somas acumuladas são as cartas *CUSUM-R*, *CUSUM-S*, *CUSUM-S<sup>2</sup>* e *CUSUM-ln(S<sup>2</sup>)*. Salienta-se que para todas estas cartas pode ser utilizado o conceito *FIR*. Na presente dissertação dar-se-á maior ênfase à carta *CUSUM-ln(S<sup>2</sup>)*, visto esta fazer parte do âmbito de estudo pretendido para esta dissertação. Além disso, a distribuição dos valores de  $\ln(S^2)$  é aproximadamente Normal quando a característica da qualidade  $X$  é Normalmente distribuída, enquanto as distribuições de  $R$ ,  $S$ ,  $S^2$  não são Normais, ainda que  $X$  seja Normal.

### 2.4.2.1 FUNDAMENTOS DA CARTA DE CONTROLO $CUSUM-\ln(S^2)$

Segundo Pereira e Requeijo (2012), na construção de uma carta do tipo  $CUSUM-\ln(S^2)$ , definem-se duas variáveis,  $C$  e  $D$ , determinadas em função da estatística  $\ln(S^2)$ . A representação gráfica é semelhante ao da carta  $CUSUM$  tabular, ou seja, consiste na construção de duas semi-cartas para os pares ordenados  $(t, C_t)$  e  $(t, D_t)$ , que servem para detectar, respetivamente, um aumento e um decréscimo na dispersão do processo.

As variáveis  $C$  e  $D$  são definidas, no instante  $t$ , por:

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + Y_t - K_C) \quad (2.21)$$

$$D_t = \max(0, D_{t-1} + Y_t + K_D) \quad (2.22)$$

$$C_0 = u \text{ e } D_0 = v \quad (2.23)$$

Em que  $0 \leq u \leq h_C$  e  $-h_D \leq v \leq 0$ , sendo  $h_C$  e  $h_D$  os limites de controlo para as variáveis  $C$  e  $D$ , respectivamente. Para a versão da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , considera-se  $u=0$  e  $v=0$ .

A variável  $Y$  é dada, no instante  $t$ , por:

$$Y_t = \ln\left(\frac{S_t^2}{\sigma_0^2}\right) \quad (2.24)$$

Onde  $\ln(S^2)$  é o logaritmo natural da variância da amostra  $t$  ( $S_t^2$ ) e  $\sigma_0^2$  a variância inicial do processo.

Deteta-se um aumento ou um decréscimo da variância do processo quando se verifica uma das condições:

$$C_t > h_C \quad (2.25)$$

$$D_t < -h_D \quad (2.26)$$

Nas equações anteriores considera-se:

$S_t$  – Desvio padrão da amostra  $t$

$S_t^2$  – Variância da amostra  $t$

$\sigma_0$  – Valor inicial do desvio padrão do processo

$k_C$  – Valor de referência para detectar um aumento  $\delta_C$  do desvio padrão

$k_D$  – Valor de referência para detectar um decréscimo  $\delta_D$  do desvio padrão

$h_C$  – Limite de controlo para detectar um aumento  $\delta_C$  do desvio padrão

$h_D$  – Limite de controlo para detectar um decréscimo  $\delta_D$  do desvio padrão

A construção desta carta requer a determinação do valor do parâmetro  $k$ . O intervalo de decisão  $h$  é depois determinado tendo em conta o  $ARL_{EC}$  desejado.

#### 2.4.2.2 CONSTRUÇÃO DE UMA CARTA DE CONTROLO $CUSUM-\ln(S^2)$

Segunda Pereira e Requeijo (2008), o procedimento para a construção da melhor carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  é o seguinte:

1. Definir a dimensão da amostra  $n$ .
2. Selecionar o valor aceitável para  $ARL$ , quando o processo está sob controlo estatístico ( $ARL_{Em\ Controlo}$ ).
3. Decidir qual o valor do desvio padrão ( $\sigma_1$ ) que é importante estudar; o valor de  $\sigma_1$  pode ser diferente consoante se pretende detetar um decréscimo ou um aumento.
4. Determinar a alteração  $\delta = \sigma_1/\sigma_0$  que se pretende detetar.
5. Determinar os melhores valores dos parâmetros  $k$  e  $h$ , conhecidos os valores de  $\delta$ ,  $n$  e  $ARL_{Em\ Controlo}$ , de forma a obter o menor valor de  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ .

Para a determinação dos valores dos parâmetros  $k_C$ ,  $k_D$ ,  $h_C$  e  $h_D$ , sugere-se as tabelas e ábacos desenvolvidas no âmbito desta dissertação, ou então as tabelas desenvolvidas por Chang e Gan (1995).

Caso se suspeite que, no início do estudo, possa existir uma situação de fora de controlo por alteração da variância, pode utilizar-se o procedimento *FIR*. Como já foi referido anteriormente, este tem como objetivo aumentar a sensibilidade da carta no início da análise do processo. Nesta dissertação não vai ser aprofundado este tema, visto estar fora do âmbito da mesma.



### **3 CAPÍTULO III – DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETRO DAS CARTAS DE CONTROLO *CUSUM* E *CUSUM*-ln( $S^2$ )**

No Capítulo II, foi apresentada a fundamentação teórica necessária ao estudo das cartas de controlo utilizadas no controlo estatístico do processo, onde se incluem os principais conceitos estatísticos e matemáticos envolvidos na construção dos diferentes tipos de cartas.

Foi também referido anteriormente que as cartas de controlo especiais mais utilizadas são construídas com base em certos parâmetros que são geralmente fornecidos por ábacos ou por tabelas previamente definidas, no entanto, tais ferramentas apenas apresentam os casos mais comuns. Contudo, na prática surgem por vezes situações diferentes, o que leva a que não existam os parâmetros necessários para consulta.

Posto isto, o trabalho desenvolvido ao longo deste capítulo tem como meta contornar estas limitações através de técnicas de simulação. Para isso foram desenvolvidos vários algoritmos de programação usando o software *Matlab*, por forma a construir um conjunto de ábacos e tabelas referentes às cartas *CUSUM* e *CUSUM*-ln( $S^2$ ).

Relativamente à carta *CUSUM*, os objetivos passam por alcançar resultados coincidentes com os dados apresentados nos ábacos desenvolvidos por Gan em 1991, assim como disponibilizar as tabelas que deram origem aos ábacos desenvolvidos no presente trabalho.

No que diz respeito à carta *CUSUM*-ln( $S^2$ ), o objetivo passa por aumentar a gama de dados existentes para consulta, nomeadamente para dimensões de amostra de  $n=4, 6, 7$  e  $8$ . De salientar que a metodologia utilizada nesta carta tem por base a metodologia utilizada na dissertação de Alves (2009) e Afonso (2012), no entanto os algoritmos foram reconstruídos de forma a otimizar o tempo de simulação, assim como para melhorar o desempenho dos mesmos, com resultados mais precisos.

#### **3.1 CARTA *CUSUM***

O trabalho de programação que se apresenta ao longo desta secção, tem como objetivo a construção dos ábacos e tabelas referentes à carta *CUSUM*. Pretende-se que os

resultados coincidam com os dos ábacos apresentados por Gan em 1991. Estes ábacos e tabelas são ferramentas de bastante utilidade, possibilitando a análise e visualização de um conjunto vasto de resultados para diferentes valores de  $ARL_{FC}$ ,  $ARL_{EC}$ , assim como alterações na média do processo.

O procedimento utilizado, assenta numa sequência lógica, dividido em três fases distintas que são explicadas na secção seguinte.

### 3.1.1 METODOLOGIA UTILIZADA NA CARTA *CUSUM*

O procedimento seguido na construção das respectivas tabelas e ábacos envolve três fases distintas, apresentando-se seguidamente uma síntese das diferentes fases:

**Fase 1.** Consiste na geração de uma tabela auxiliar de vários  $ARL_{EC}$  através de diferentes valores de  $k$  e  $h$  previamente escolhidos (figura 3.1).



Figura 3.1 - - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 1 da metodologia - Carta *CUSUM*

**Fase 2.** Após a construção da tabela auxiliar procede-se, com base nos resultados obtidos e com recurso a simulação computacional, à construção de uma tabela de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$ . O modelo matemático utilizado para a construção da tabela é baseado num método de aproximações sucessivas, também designado de Newton-Raphson. No final desta fase é obtido o primeiro conjunto de ábacos da carta *CUSUM* (figura 3.2).



Figura 3.2 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 2 da metodologia - Carta *CUSUM*

**Fase 3.** Por último procede-se à determinação de  $ARL_{FC}$  a partir de  $k$ ,  $h$  e  $ARL_{EC}$  e, consequentemente, à obtenção das tabelas finais. A determinação de

$ARL_{FC}$  é realizada através de uma análise de sensibilidade ao parâmetro  $\delta$  definido em função de  $k$  que minimiza o valor de  $ARL_{FC}$  (figura 3.3).



Figura 3.3 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 3 da metodologia - Carta *CUSUM*

De seguida, de modo a se compreender melhor cada uma das diferentes fases e como estas se ligam entre si, apresentam-se de forma mais detalhada, todas as fases do processo (figura 3.4).

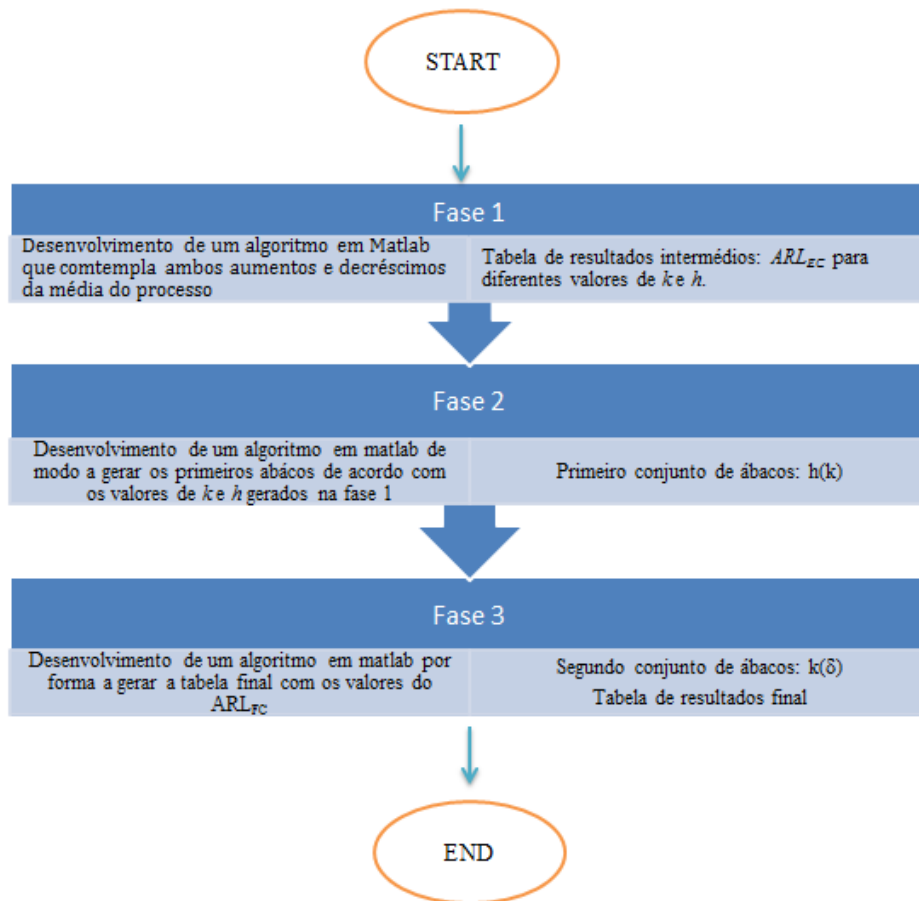


Figura 3.4 - Fluxograma resumo das diferentes fases inerentes à metodologia desenvolvida para a carta *CUSUM*

### 3.1.1.1 METODOLOGIA APLICADA NA CARTA *CUSUM* – FASE 1

A fase 1 consiste na construção de uma tabela auxiliar de vários valores de  $ARL_{EC}$  para diferentes valores de  $k$  e  $h$ . Os valores de  $k$  e  $h$  são escolhidos criteriosamente por forma a contemplar os valores de  $ARL_{EC}$  desejados.

De seguida estão apresentados os valores das variáveis de entrada,  $h$  e  $k$ :

- $k = [0,125; 0,250; 0,375; 0,500; 0,625; 0,750; 0,875; 1,000; 1,125; 1,250; 1,375; 1,500] \rightarrow 12$  valores
- $h = [0,500; 0,625; 0,750; 0,875; 1,000; 1,125; 1,250; 1,375; 1,500; 1,625; 1,750; 1,875; 2,000; 2,125; 2,250; 2,375; 2,500; 2,625; 2,750; 2,875; 3,0000; 3,500; 4,000; 4,500; 5,000; 5,500; 6,000; 6,500; 7,000; 7,500; 8,000; 8,500; 9,000; 10,000; 11,000; 12,00; 13,000; 14,000; 15,000; 16,000] \rightarrow 40$  valores

O programa é invocado para todas as combinações  $(k_i, h_j)$ , ou seja, 480 vezes.

Como é possível observar através das figuras 3.1, 3.2 e 3.3, o algoritmo começa dando início à passagem dos parâmetros de entrada  $h$  e  $k$  e inicializando a variável contadora do número de corridas a 1. O número máximo de corridas escolhido foi de  $1 \times 10^5$ , visto ser um valor consideravelmente elevado que permite uma boa estimativa dos parâmetros a serem calculados.

Enquanto que o número máximo de corridas não é atingido, é gerado um vector  $X \sim N(0,1)$  aleatório com  $1 \times 10^4$  elementos e é inicializado o índice  $t$ , referente às variáveis  $C_t$  e  $T_t$ , que representam a estatística das cartas *CUSUM*, para aumentos e decréscimos respectivamente.

Posteriormente, o algoritmo entra num ciclo, em que a cada iteração que passa é incrementado o valor do índice  $t$ . Quando uma das variáveis  $C_t$  ou  $T_t$  ultrapassa os limites de controlo, o valor do índice  $t$  é armazenado no vector  $ARL_{Simulado}$ , dando início a uma nova corrida. Pode, no entanto, dar-se o caso de nenhuma das variáveis ter ultrapassado os limites de controlo e, conseqüentemente, não é retornado nenhum valor. Nesta situação o algoritmo dá início a uma nova corrida.

No final das  $1 \times 10^5$  corridas, tem-se duas situações possíveis:

1. o número de elementos armazenados no vector  $ARL_{Simulado}$  é igual ao número total de corridas;

2. o número de elementos armazenados no vector  $ARL_{Simulado}$  difere do número total de corridas;

Caso se esteja perante a primeira situação, significa que em todas as corridas, houve uma das variáveis,  $C_t$  ou  $T_t$ , que ultrapassou os limites de controlo. Neste caso calcula-se a média de todos os elementos armazenados no vector  $ARL_{Simulado}$ , sendo este o valor final do  $ARL$  obtido. Salienta-se ainda o fato de que, se o valor do  $ARL_{Simulado\ médio}$  for superior a 1000, o algoritmo retorna uma mensagem de erro e passa directamente para o próximo valor de  $k$ . Este processo é de extrema importância para reduzir o tempo de simulação, visto que o algoritmo é invocado cerca de 480 vezes (todas as combinações de  $k$  e  $h$ ) e que o valor de  $ARL$  aumenta com o aumento do parâmetro  $h$ .

Se for verificado o segundo caso, significa que em pelo menos numa das corridas não foram atingidos os limites de controlo e, como tal, não foi retornado nenhum valor de  $ARL$ . Nesta situação o algoritmo responde com uma mensagem de erro, dizendo que o tamanho da sequência do vector  $X \sim N(0,1)$  é insuficiente. A média final dos elementos do vector  $ARL_{Simulado}$  deixa de ser calculada. Durante a simulação desta fase do processo, verificou-se que o tamanho dado ao vector  $X \sim N(0,1)$  é perfeitamente capaz de realizar a simulação para os  $ARL$ 's pretendidos sem retornar mensagens de erro.

Nos fluxogramas 3.5, 3.6 e 3.7 está representado o algoritmo relativo à fase 1 detalhadamente:

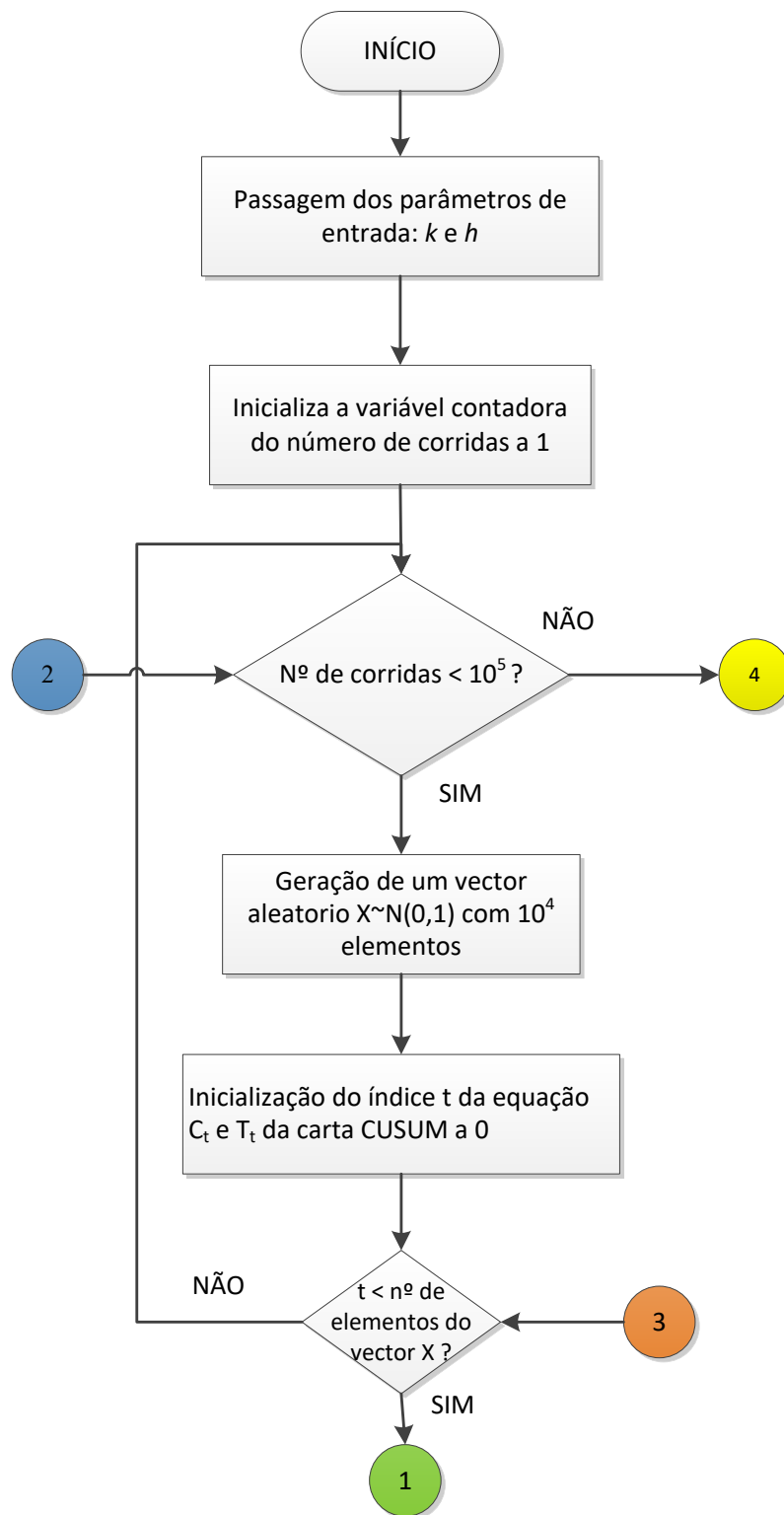


Figura 3.5 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta *CUSUM* (Parte 1 de 3)

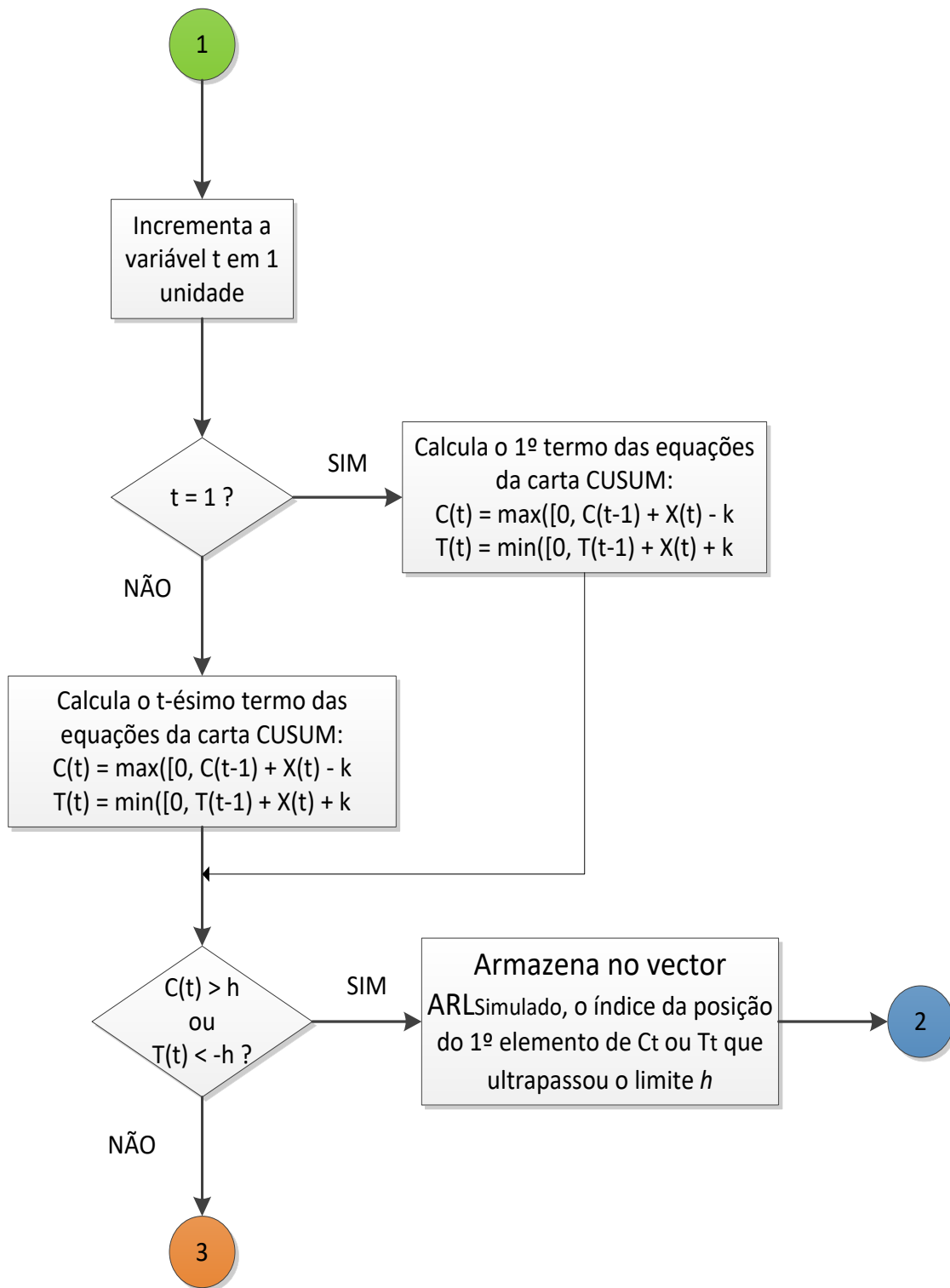


Figura 3.6 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta *CUSUM* (Parte 2 de 3)

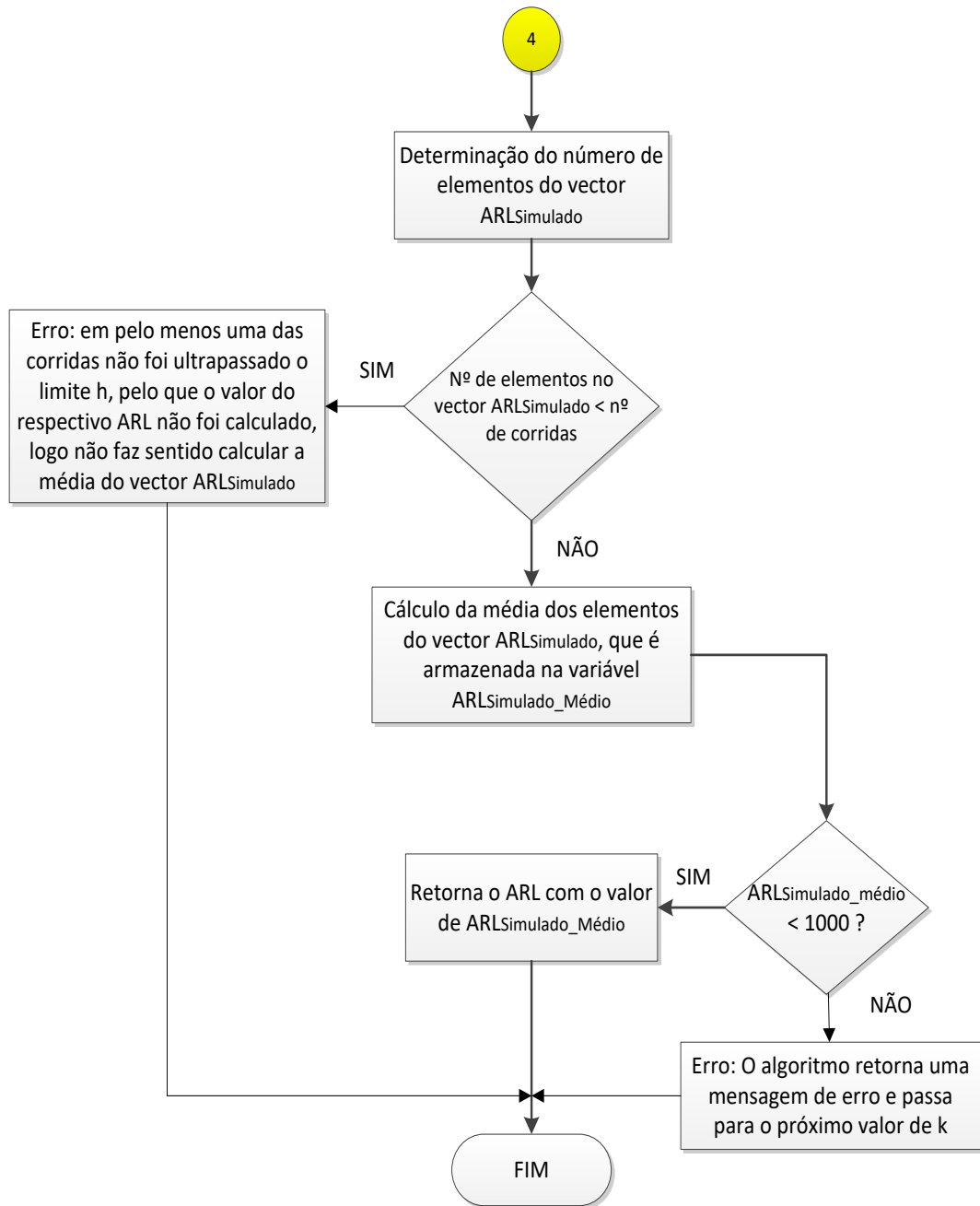


Figura 3.7 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta *CUSUM* (Parte 3 de 3)



### 3.1.1.2 RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA CUSUM – FASE 1

Através do algoritmo desenvolvido para esta fase, foi possível a construção do Tabela 3.1. Resta salientar que o processo nesta fase foi bastante demorado e que os valores que constituem a tabela representam apenas um resumo daqueles que realmente foram calculados. De início teve de ser calculada uma gama de valores mais abrangente, de modo a que, posteriormente, pudessem ser escolhidos os parâmetros que produzem os  $ARL_{EC}$  pretendidos.

Tabela 3.1 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k$  e  $h$  – Carta CUSUM - Fase 1 (parte 1 de 2)

	H																				
k		0,5	0,625	0,75	0,875	1	1,125	1,25	1,375	1,5	1,625	1,75	1,875	2	2,125	2,25	2,375	2,5	2,625	2,75	2,875
	0,125	1,77	1,99	2,27	2,55	2,86	3,22	3,6	4,01	4,47	4,96	5,47	6,02	6,6	7,25	7,9	8,6	9,33	10,11	10,88	11,69
	0,25	2,07	2,38	2,71	3,09	3,53	3,99	4,54	5,13	5,79	6,5	7,31	8,15	9,12	10,11	11,18	12,37	13,62	15	16,41	17,99
	0,375	2,47	2,84	3,3	3,81	4,41	5,07	5,85	6,71	7,71	8,82	10,04	11,43	12,95	14,62	16,6	18,67	21,09	23,55	26,38	29,62
	0,5	2,97	3,46	4,09	4,76	5,63	6,57	7,68	9,07	10,49	12,29	14,36	16,62	19,25	22,24	25,63	29,54	34,11	39,19	44,82	51,55
	0,625	3,6	4,29	5,13	6,09	7,28	8,69	10,35	12,45	14,82	17,62	20,96	25,02	29,62	35,1	41,78	49,22	58,08	68,38	80,32	94,26
	0,75	4,47	5,41	6,54	7,89	9,59	11,67	14,28	17,43	21,28	25,89	31,67	38,69	47,07	57,41	69,79	85,44	102,73	124,82	151,6	182,37
	0,875	5,61	6,85	8,45	10,4	12,93	16,01	19,95	25,09	31,31	39,17	48,75	61,61	77,24	96,63	121,3	150,8	189,48	236,61	293,69	367,28
	1	7,15	8,87	11,1	13,97	17,64	22,29	28,59	36,45	46,84	60,3	77,56	100,83	129,62	167,05	215,39	278,59	361,04	462,2	594,23	760,95
	1,125	9,18	11,59	14,77	18,99	24,46	31,78	41,49	54,3	71,14	94,18	126,17	166,57	221,35	293,39	391,52	521,85	692,98	922,1	1227,08	
	1,25	11,95	15,46	20,05	26,08	34,55	45,99	61,21	82,23	110,33	150,2	206,11	281,09	382,29	523,47	721,63	994,33	1366,06			
	1,375	15,91	20,75	27,43	36,57	49,22	66,59	91,17	125,47	173,26	241,41	336,4	477,78	672,58	951,95	1343,41					
1,5	21,45	28,41	38,24	51,82	70,85	98,33	136,48	194,16	275,25	391,82	566,13	817,4	1183,57								

Tabela 3.2 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k$  e  $h$  - Carta *CUSUM* - Fase 1 (parte 2 de 2)

		<i>H</i>																			
		3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>k</i>	0,125	12,69	16,74	21,6	27,41	34,03	42,09	51,34	61,8	74,78	88,96	105,88	124,43	146,32	200,15	270,45	361,54	475,84	629,7	827,13	1086,07
	0,25	19,71	27,75	38,4	52,45	70,73	94,9	125,12	165,47	215,81	283,41	368,5	478,42	622,29	1038,15						
	0,375	32,85	50,61	76,72	114,83	169,97	250,53	370,84	546,47	796,06	1162,15										
	0,5	58,78	99,83	168,68	280,27	464,62	765,14	1279,58													
	0,625	110,86	211,02	398,77	746,56	1401,86															
	0,75	221,18	474,27	995,84	2128,61																
	0,875	456,42	1098,76																		
	1	983,29	2662,54																		

### 3.1.1.3 METODOLOGIA APLICADA NA CARTA *CUSUM* – FASE 2

Nesta fase do procedimento, o objetivo passa pela determinação dos valores de  $h$  para os  $ARL_{EC}$  pretendidos. A tabela obtida na fase 1 apresenta valores de  $ARL_{EC}$  que, no entanto, não são os valores pretendidos.

O algoritmo desenvolvido baseia-se num método de aproximações sucessivas, vulgarmente designado de Newton-Raphson. Foi escolhido este método visto ser considerado pela maioria dos autores, como a melhor maneira de encontrar sucessivas aproximações de zeros ou raízes de funções reais. Em relação a outros métodos tem a vantagem de a convergência ser mais rápida.

Na escolha das variáveis de entrada, os valores de  $k$  utilizados são os mesmos da fase 1. Em relação aos  $ARL_{EC}$  escolhidos, optou-se pelos valores subjacentes aos casos mais comuns, isto tendo em conta que o processo de simulação é bastante demorado.

- $k = [0,125; 0,250; 0,375; 0,500; 0,625; 0,750; 0,875; 1,000; 1,125; 1,250; 1,375; 1,500] \rightarrow 12$  valores
- $ARL_{EC} = [50; 100; 250; 370; 500; 1000] \rightarrow 6$  valores

Nesta fase, o algoritmo é invocado por 72 vezes, para todas as combinações ( $k_i, (ARL_{EC})_i$ ).

O algoritmo referente a esta fase começa com a escolha do  $ARL_{EC}$  pretendido e do valor do erro associado. Neste caso, o erro escolhido foi de  $\varepsilon = 2$ , visto ser um valor que garante uma boa relação entre o tempo de simulação e o grau de fiabilidade do  $ARL_{EC}$  pretendido.

Posteriormente, o algoritmo percorre a tabela intermédia da fase 1. Para cada valor de  $k$  retorna os respectivos valores de  $h$  e de  $ARL_{EC}$ . De seguida calcula todas as diferenças entre o  $ARL_{EC}$  pretendido e todos os  $ARL_{EC}$  da tabela intermédia, determinando o módulo da menor diferença

Se o módulo da menor diferença for inferior ao valor do erro desejado, então o algoritmo retorna o valor de  $h$  cujo respectivo  $ARL_{EC}$  garante estas condições. Esse valor de  $h$  passa a corresponder ao  $ARL_{EC}$  Pretendido.

Caso contrário, o algoritmo pesquisa na tabela intermédia, na linha correspondente ao  $k$  pretendido, o  $ARL_{EC}$  mais próximo do  $ARL_{EC}$  Pretendido, retirando o  $h$  que corresponde ao  $ARL_{EC}$  imediatamente antes ( $h_{inf}$ ) e o  $h$  correspondente ao  $ARL_{EC}$  imediatamente depois ( $h_{sup}$ ).

Desta forma, cria-se um intervalo  $]h_{\inf}; h_{\sup}[$  que contém o valor de  $h$  desejado, permitindo, através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson, encontrar a solução desejada, a que corresponde o par  $(ARL_{EC} \text{ Pretendido}, k)$ .

Os fluxogramas 3.8 e 3.9 ilustram de forma detalhada a fase 2 do algoritmo da carta *CUSUM*.

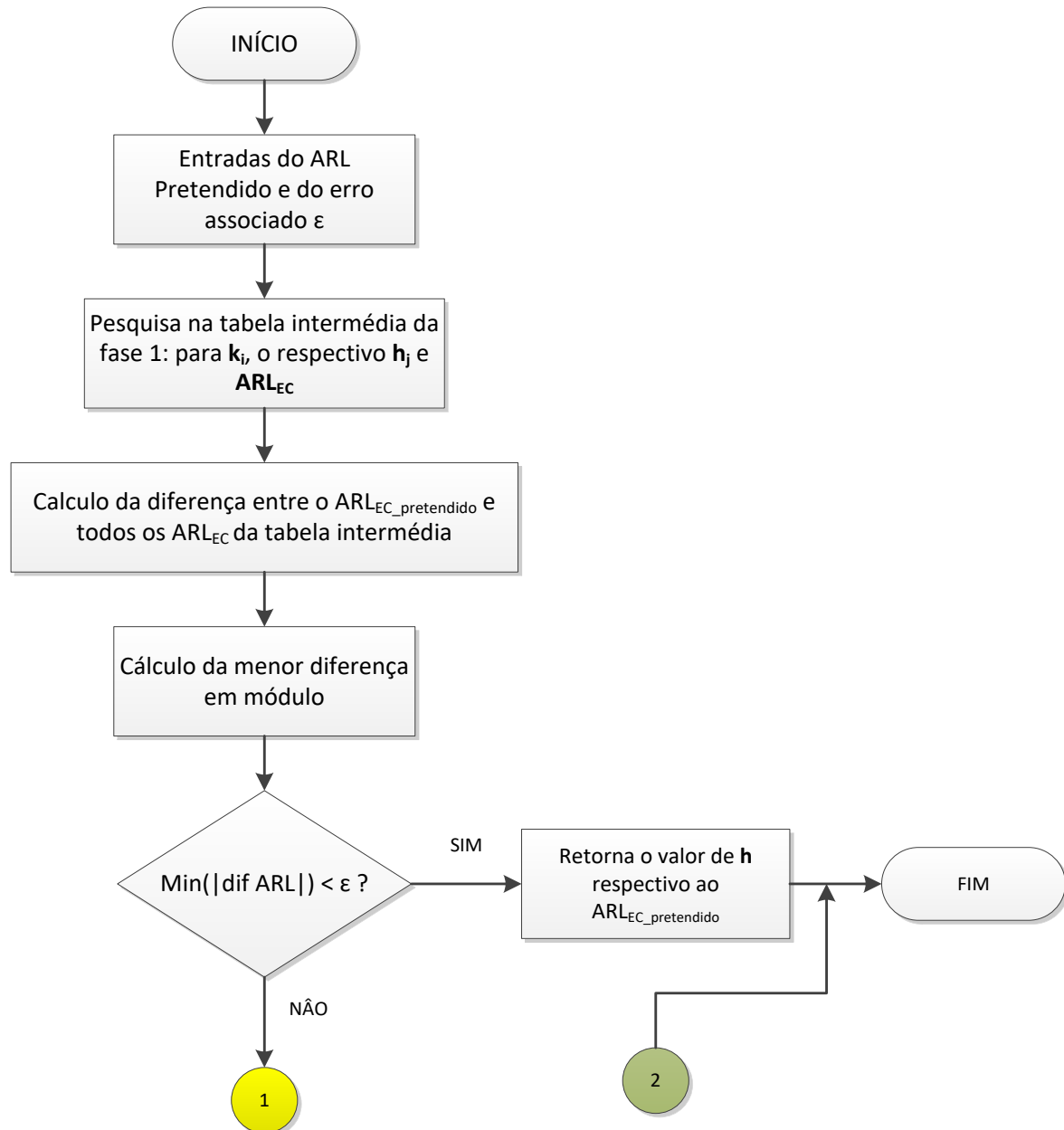


Figura 3.8 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta *CUSUM* (Parte 1 de 2)

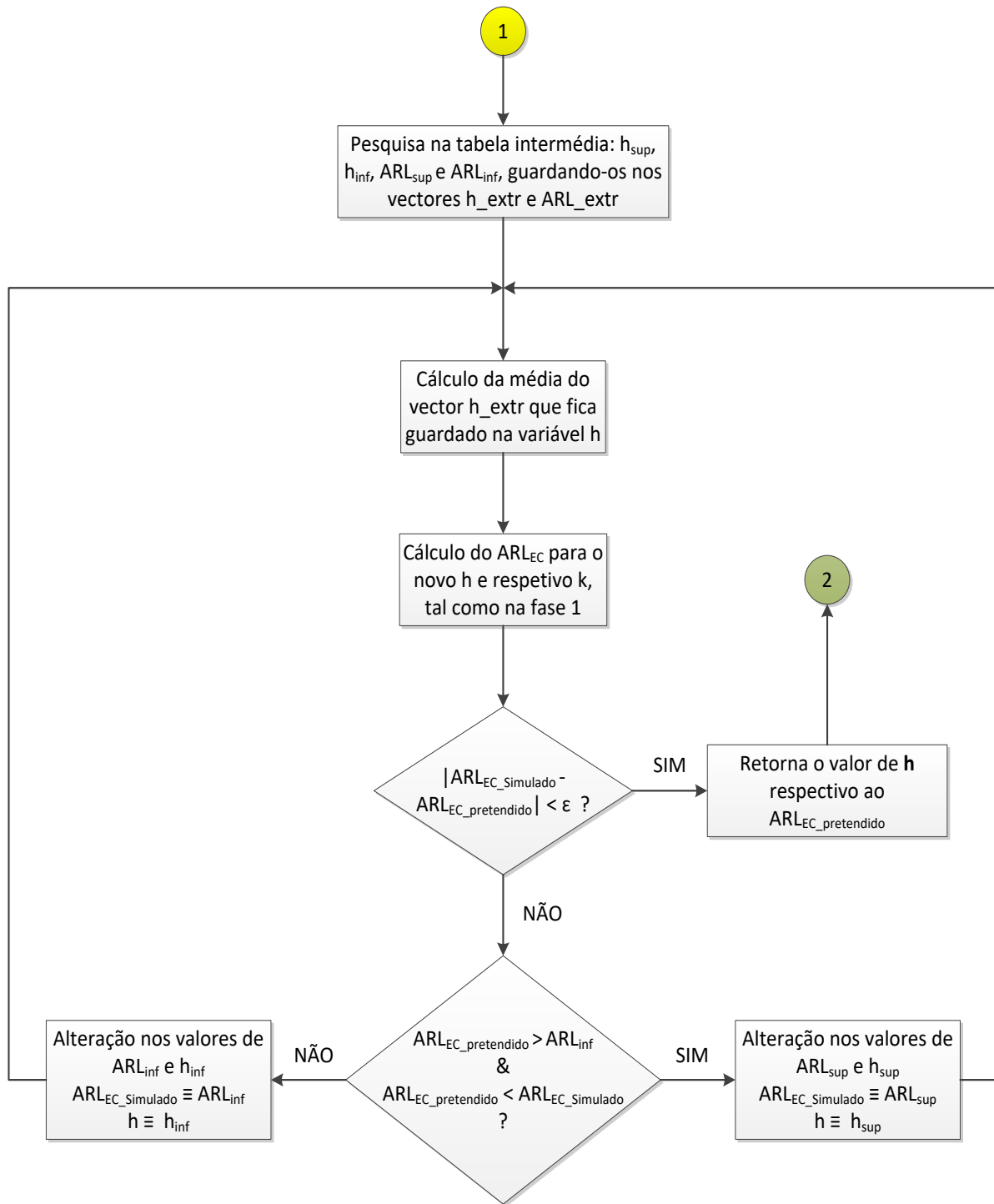


Figura 3.9 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta *CUSUM* (Parte 2 de 2)

De modo a ilustrar o procedimento descrito nos fluxogramas 3.8 e 3.9, considere-se o exemplo seguinte, em que se pretende determinar o  $h$  correspondente ao  $ARL_{EC}=100$  e ao  $k=0,375$ , ou seja, ao par ordenado  $(ARL_{EC}, k) = (100; 0,375)$ .

Tabela 3.3 - Exemplo de utilização da tabela auxiliar da fase 1, de modo a enquadrar o  $h$  pretendido

		h					
k		3	3,5	4	h=?	4,5	5
	0,125	12,69	16,74	21,6		27,41	34,03
	0,25	19,71	27,75	38,4		52,45	70,73
	0,375	32,85	50,61	76,72	100	114,83	169,97
	0,5	58,78	99,83	168,68		280,27	464,62
	0,625	110,86	211,02	398,77		746,56	1401,86

A primeira acção do algoritmo é verificar se algum dos valores de  $ARL_{EC}$ , para o valor de  $k$  pretendido, apresenta em relação ao valor do  $ARL_{EC}$  Pretendido, um erro em módulo inferior a 2. Neste exemplo, tanto o valor à esquerda ( $ARL_{inf} = 76,72$ ) como à direita ( $ARL_{sup} = 114,83$ ), apresentam uma diferença em módulo superior ao erro associado pretendido.

A partir do Tabela 3.3, verifica-se que, para um valor de  $k = 0,375$  e um  $ARL_{ECPretendido}=100$ , que o valor de  $h$  pretendido se situa dentro do intervalo  $h=]4; 4,5[$ , a que corresponde o intervalo de  $ARL_{EC} = ]76,72; 114,83[$ , ou seja:

$$ARL_{inf} < ARL_{EC} \text{ Pretendido} < ARL_{sup}$$

$$76,72 < 100 < 114,83$$

Que corresponde ao intervalo:

$$h_{inf} < h_{pretendido} < h_{sup}$$

$$4 < h_{pretendido} < 4,5$$

Como tal, o algoritmo determina um valor intermédio de  $h$ , que é calculado da seguinte forma:

$$h_{intermédio} = \frac{h_{inf} + h_{sup}}{2} = \frac{4 + 4,5}{2} = 4,25 \quad (3.1)$$

De seguida, o algoritmo determina através de simulação, tal como na fase 1, um novo valor de  $ARL_{EC}$ , tendo como parâmetros de entrada o respectivo  $k = 0,375$  e o novo  $h_{intermédio} = 4,25$ .

O novo valor de  $ARL$  calculado, ao qual se designou  $ARL_{Simulado}$ , é posteriormente comparado com o  $ARL_{EC} \text{ Pretendido}$ , e, caso a diferença em módulo entre os dois seja

inferior ao erro pretendido (neste caso 2), então considera-se que o valor de ambos os ARL's é suficientemente próximo e, como tal,  $ARL_{Simulado} \equiv ARL_{EC \text{ Pretendido}}$  e  $h_{intermédio} \equiv h_{pretendido}$ .

Em caso de tal situação não acontecer, então o algoritmo procede ao ajustamento do intervalo, tendo em conta o novo  $ARL_{Simulado}$ . Neste exemplo, o valor de  $ARL_{Simulado}$  foi de 94,48, ou seja, ainda não cumpre os requisitos visto que  $|ARL_{Simulado} - ARL_{EC \text{ Pretendido}}| > 2$ . Como tal, o algoritmo procede à actualização dos intervalos  $]ARL_{inf}; ARL_{sup}[$  e  $]h_{inf}; h_{sup}[$  e repete o processo o número de vezes necessário até que as condições sejam satisfeitas.

O esquema que se segue, demonstra todas as iterações deste exemplo.

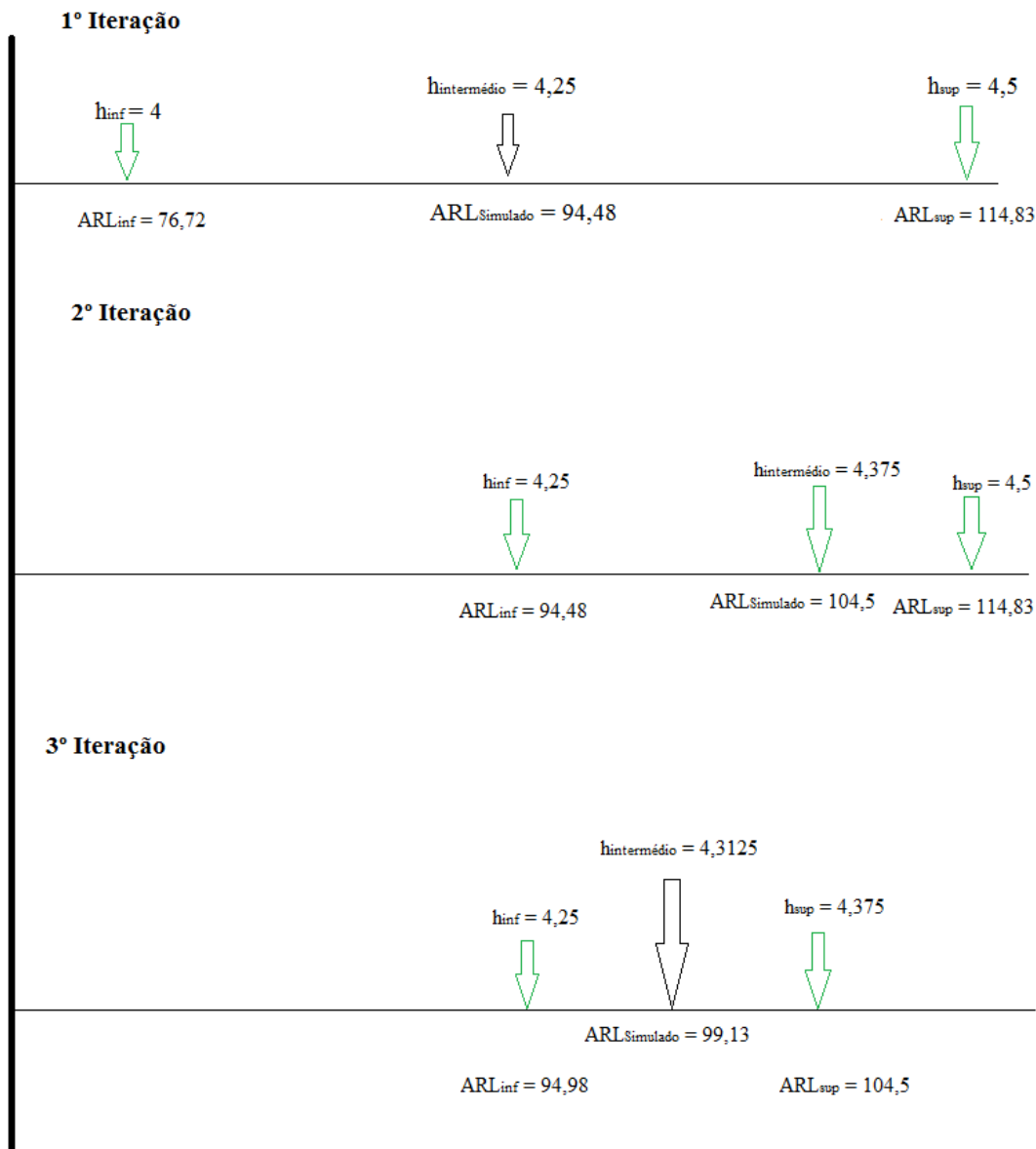


Figura 3.10 -Esquema representativo de todas as iterações do exemplo 1, para  $ARL_{EC \text{ Pretendido}} = 100$  e  $k = 0,375$

Concluindo, verificou-se neste exemplo que foram necessárias três iterações até que as condições iniciais fossem satisfeitas. Da primeira para a segunda iteração foram ajustados os majorantes, enquanto da segunda para a terceira foram ajustados os minorantes.

### 3.1.1.4 RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA *CUSUM* – FASE 2

Os resultados obtidos nesta fase, encontram-se apresentados, tanto na forma de tabela como na forma de ábacos.

Tabela 3.4 - Tabela de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta *CUSUM* - Fase 2

		$k$											
		0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1	1,125	1,25	1,375	1,5
$ARL_{EC}$	50	6,00	4,38	3,50	2,88	2,38	2,03	1,75	1,53	1,34	1,16	1,00	0,88
	100	7,88	5,63	4,31	3,50	2,91	2,48	2,14	1,88	1,66	1,45	1,28	1,13
	250	10,75	7,28	5,50	4,39	3,63	3,08	2,66	2,32	2,05	1,83	1,63	1,47
	370	12,09	8,00	6,00	4,77	3,94	3,34	2,88	2,52	2,23	1,98	1,78	1,60
	500	13,16	8,58	6,39	5,07	4,18	3,54	3,05	2,66	2,36	2,11	1,89	1,71
	1000	15,70	9,93	7,30	5,76	4,73	4,00	3,45	3,01	2,66	2,38	2,14	1,94

No Tabela 3.4 estão representados os resultados da simulação referente à fase 2. Contudo, quando foi construído o ábaco, verificou-se que o mesmo demonstrava uma falta de resolução nas curvas. Tal fato deve-se ao número reduzido de valores de  $k$ .

Por forma a contornar este problema, decidiu-se recorrer ao método de interpolação polinomial, também utilizando o *Matlab*. Através deste método é possível aumentar o número de valores de  $k$  e, conseqüentemente, aumentar a resolução dos ábacos.

Apesar de os resultados não possuírem a mesma precisão da simulação computacional, constata-se através dos resultados obtidos que são uma alternativa válida, tendo em conta o tempo necessário à simulação assim como o peso computacional associado à mesma.

As tabelas interpoladas, assim como o respectivo ábaco, encontram-se apresentados de seguida



Tabela 3.5 - Tabela interpolada de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta  $CUSUM$  - Fase 2 (Parte 1 de 3)

		$k$													
		0,125	0,1563	0,1875	0,2188	0,25	0,2813	0,3125	0,3438	0,375	0,4063	0,4375	0,4688	0,5	0,5313
ARL	50	6,0001	5,4539	5,0211	4,6691	4,3743	4,12	3,8947	3,6906	3,5028	3,3282	3,1649	3,0118	2,8684	2,7343
	100	7,8751	7,1928	6,5965	6,0769	5,6244	5,23	4,8853	4,5826	4,3151	4,0771	3,8634	3,6702	3,494	3,3322
	250	10,75	9,61	8,6837	7,9203	7,2813	6,7383	6,2701	5,8611	5,4998	5,1778	4,8888	4,6278	4,3911	4,1756
	370	12,0938	10,715	9,6183	8,7311	7,9998	7,3854	6,8599	6,403	6,0007	5,6428	5,3221	5,0331	4,7717	4,5344
	500	13,1563	11,6102	10,3816	9,3907	8,5782	7,8998	7,3235	6,826	6,3904	6,0048	5,6603	5,3506	5,0706	4,8165
	1000	15,6992	13,7265	12,1732	10,934	9,9297	9,1014	8,406	7,8119	7,2966	6,8438	6,4417	6,0818	5,7577	5,4644

Tabela 3.6 - Tabela interpolada de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta  $CUSUM$  - Fase 2 (Parte 2 de 3)

		$k$													
		0,5625	0,5938	0,625	0,6563	0,6875	0,7188	0,75	0,7813	0,8125	0,8438	0,875	0,9063	0,9375	0,9688
ARL	50	2,6091	2,4926	2,3843	2,2838	2,1906	2,1041	2,0238	1,949	1,8792	1,8137	1,752	1,6937	1,6382	1,585
	100	3,1827	3,0439	2,9147	2,7942	2,6815	2,5762	2,4776	2,3855	2,2992	2,2183	2,1423	2,0708	2,0031	1,9388
	250	3,9787	3,7981	3,6319	3,4783	3,3359	3,2033	3,0794	2,9633	2,8542	2,7517	2,655	2,564	2,4783	2,3974
	370	4,3184	4,1211	3,9401	3,7734	3,619	3,4755	3,3414	3,2155	3,0971	2,9855	2,8802	2,7808	2,687	2,5987
	500	4,5851	4,3736	4,1796	4,0009	3,8355	3,6819	3,5386	3,4044	3,2784	3,1598	3,0481	2,9429	2,8438	2,7505
	1000	5,198	4,955	4,7326	4,5282	4,3395	4,1646	4,0017	3,8494	3,7065	3,5722	3,4456	3,3264	3,214	3,1082

Tabela 3.7 - Tabela interpolada de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta *CUSUM* - Fase 2 (Parte 3 de 3)

		$K$															
ARL		1,0313	1,0625	1,0938	1,125	1,1563	1,1875	1,2188	1,25	1,2813	1,3125	1,3438	1,375	1,4063	1,4375	1,4688	1,5
	50	1,484	1,4354	1,3877	1,3406	1,294	1,2479	1,2025	1,158	1,1149	1,0738	1,0352	0,9995	0,967	0,9369	0,9074	0,8751
	100	1,8185	1,7616	1,7067	1,6533	1,6015	1,5511	1,5021	1,4547	1,4089	1,3646	1,322	1,2809	1,241	1,202	1,1635	1,1251
	250	2,2492	2,181	2,1162	2,0543	1,9949	1,9376	1,8821	1,8282	1,7761	1,726	1,6781	1,6328	1,5902	1,5501	1,5107	1,4688
	370	2,4371	2,3631	2,293	2,2262	2,1623	2,1009	2,0417	1,9847	1,9299	1,8778	1,8288	1,7831	1,7405	1,6995	1,6562	1,6035
	500	2,5801	2,5021	2,4284	2,3583	2,2915	2,2273	2,1656	2,106	2,0487	1,9939	1,9419	1,8932	1,8476	1,8042	1,7604	1,7109
	1000	2,9147	2,8262	2,7425	2,6632	2,5877	2,5154	2,446	2,3794	2,3154	2,2543	2,1966	2,1426	2,0922	2,0445	1,9968	1,9434

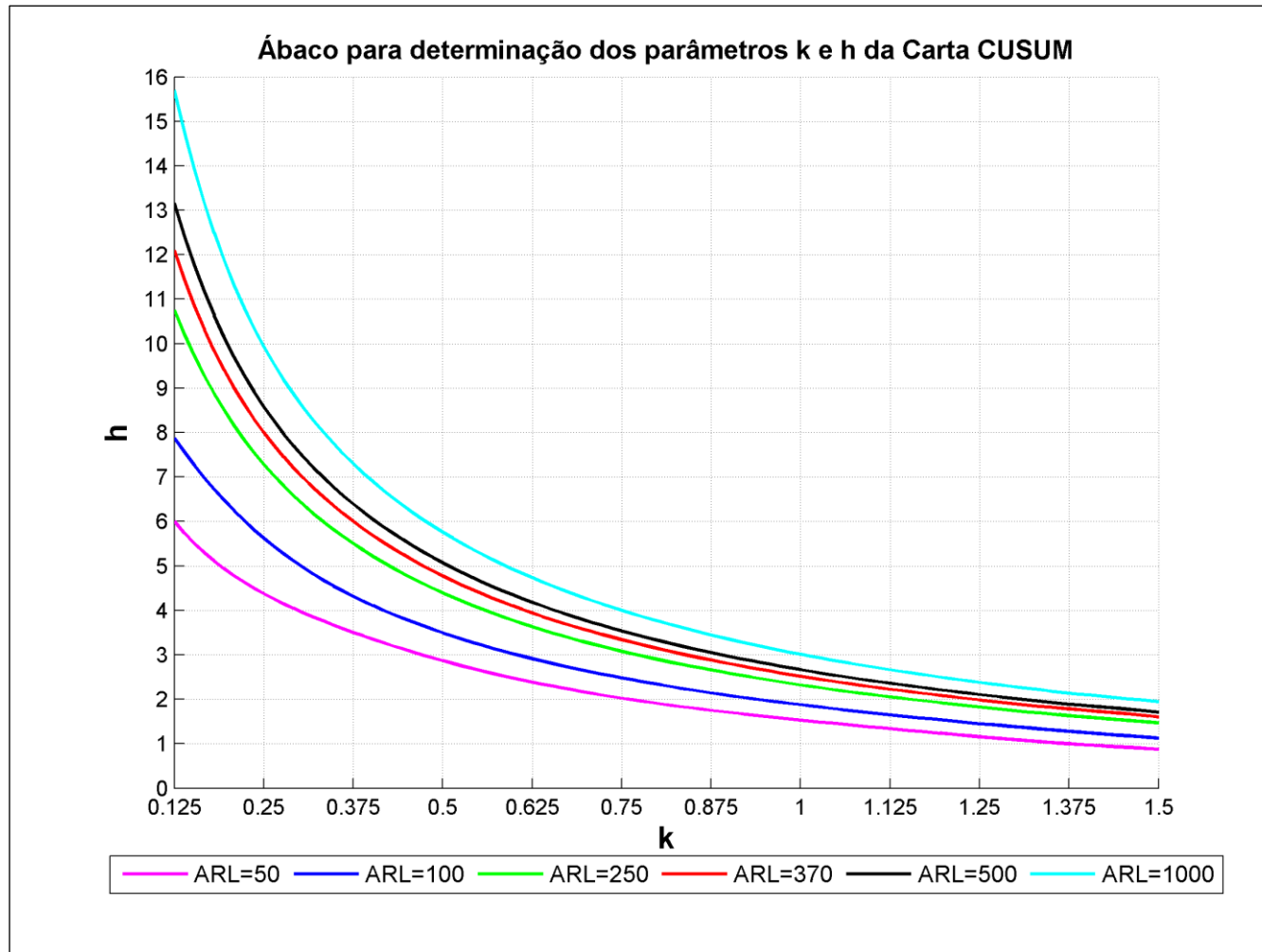


Figura 3.11 - Valores de  $k$  e  $h$  referentes à carta CUSUM, em função de diferentes  $ARL_{EC}$  - Carta CUSUM - Fase 2

### 3.1.1.5 METODOLOGIA APLICADA NA CARTA *CUSUM* – FASE 3

Na fase 2 obteve-se uma tabela final de resultados em que, para um determinado par ordenado  $(k, h)$  corresponde um determinado  $ARL_{EC}$ .

A fase 3 consiste numa análise de sensibilidade, em que para cada par ordenado  $(k, h)$ , relativo a um determinado  $ARL_{EC}$ , se faz variar  $\delta$ , que corresponde a uma alteração na média do processo. Assim, são calculados novos valores de  $ARL_{EC}$  para todos os valores de  $\delta$ . No final da simulação, o algoritmo retorna os parâmetros  $h, k$  e  $\delta$  que produzem o  $ARL$  mínimo simulado,  $ARL_{FC}$ .

A fase 3 é a última do processo. Através desta, obtém-se as tabelas de resultados finais, apresentados também sobre a forma de ábacos onde é possível visualizar os valores de  $k$  em função de  $\delta$ .

De seguida estão apresentadas as variáveis de entrada:

- Pares ordenados  $(k, h)$  relativos à fase 2 do processo
- $ARL_{EC} = [50; 100; 250; 370; 500; 1000]$
- $\delta = [0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50; 1,75; 2,00; 2,25; 2,50; 2,75; 3,00]$

O algoritmo é executado de forma individual, para cada um dos  $ARL_{EC}$  e, em cada execução, é invocado para cada uma das combinações  $((k, h)_i; \delta_j)$ , ou seja, é invocado  $i \times j$  vezes para cada valor de  $ARL_{EC}$ .

Conforme se pode observar através dos fluxogramas 3.8 e 3.9, o algoritmo começa por dar início à passagem dos parâmetros de entrada,  $(k, h)_i$  e  $\delta_j$ . O parâmetro  $(k, h)_i$  provém da fase 2 e é compilado automaticamente pelo algoritmo através da leitura do Tabela 3.4.

O algoritmo inicia, então, a determinação do  $ARL_{FC}$  para os vários valores de  $\delta_j$ . De salientar que o valor de  $\delta = 0$  serve apenas para confirmar que para cada par ordenado  $(k, h)$  gera, efectivamente, o valor de  $ARL_{EC}$  Pretendido, com uma margem de erro inferior à pretendida ( $\epsilon < 2$ ).

A forma como são determinados os vários  $ARL_{FC}$  é muito semelhante à determinação dos  $ARL_{EC}$  na fase 1. A única excepção reside no simples fato de que, posteriormente à geração do vector  $X \sim N(0,1)$ , é gerado um outro vector  $X_\delta = X + \delta$ , que já possui um desvio de  $\delta$  em relação à média. É este novo vector  $X_\delta$  que é utilizado no cálculo das variáveis  $C_t$  e  $T_t$ .

Depois de determinados todos os valores de  $ARL_{FC}$ , o algoritmo pesquisa para cada valor de  $\delta$  o valor mais baixo de  $ARL_{FC}$ , assim como o respectivo par  $(k, h)$ . Por fim, o algoritmo compila uma tabela resumida, em que são apresentados todos os  $ARL_{FC\ Min}$  para cada par  $((k, h)_i; \delta_j)$ .

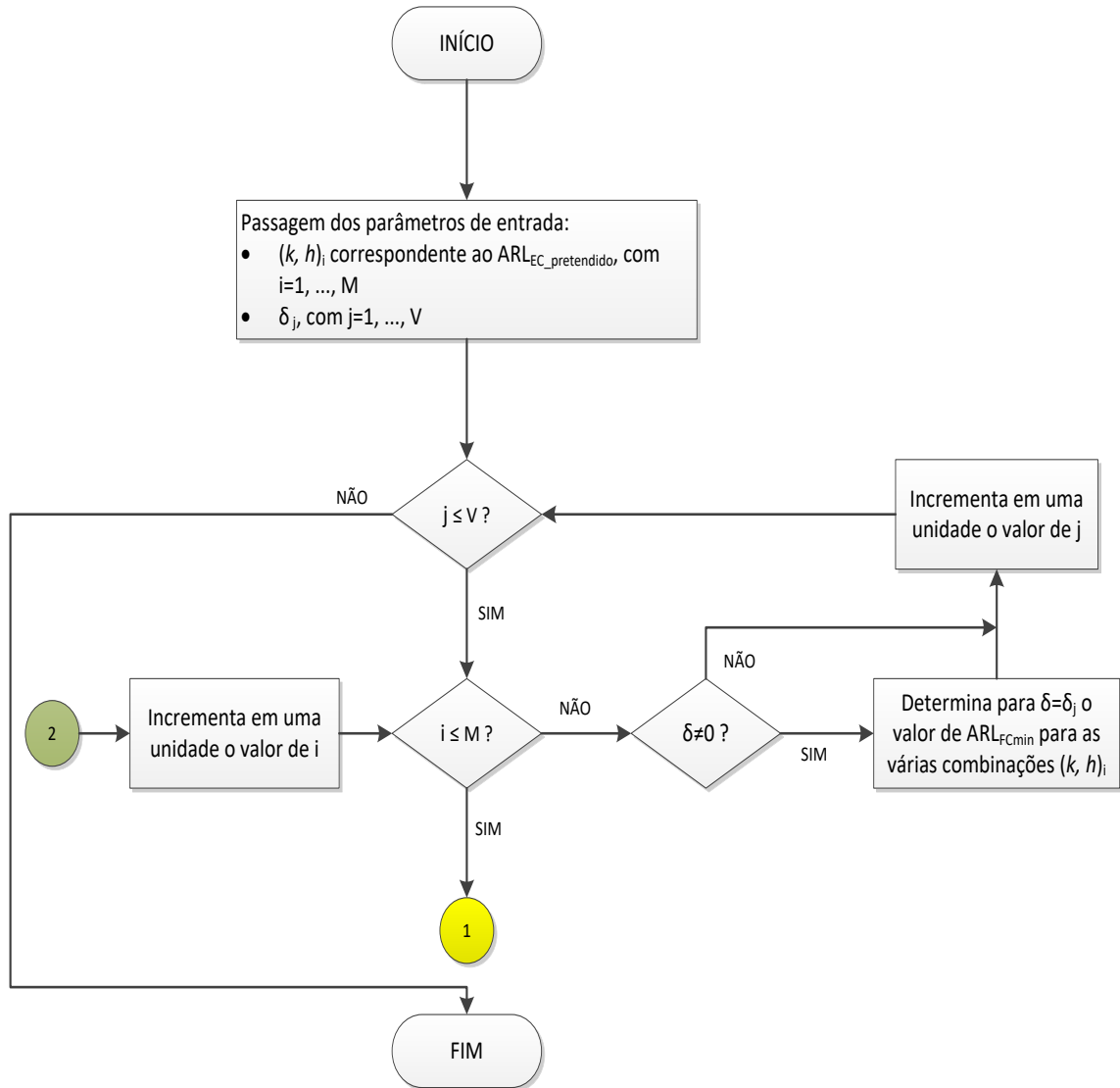


Figura 3.12 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta *CUSUM* (Parte 1 de 2)

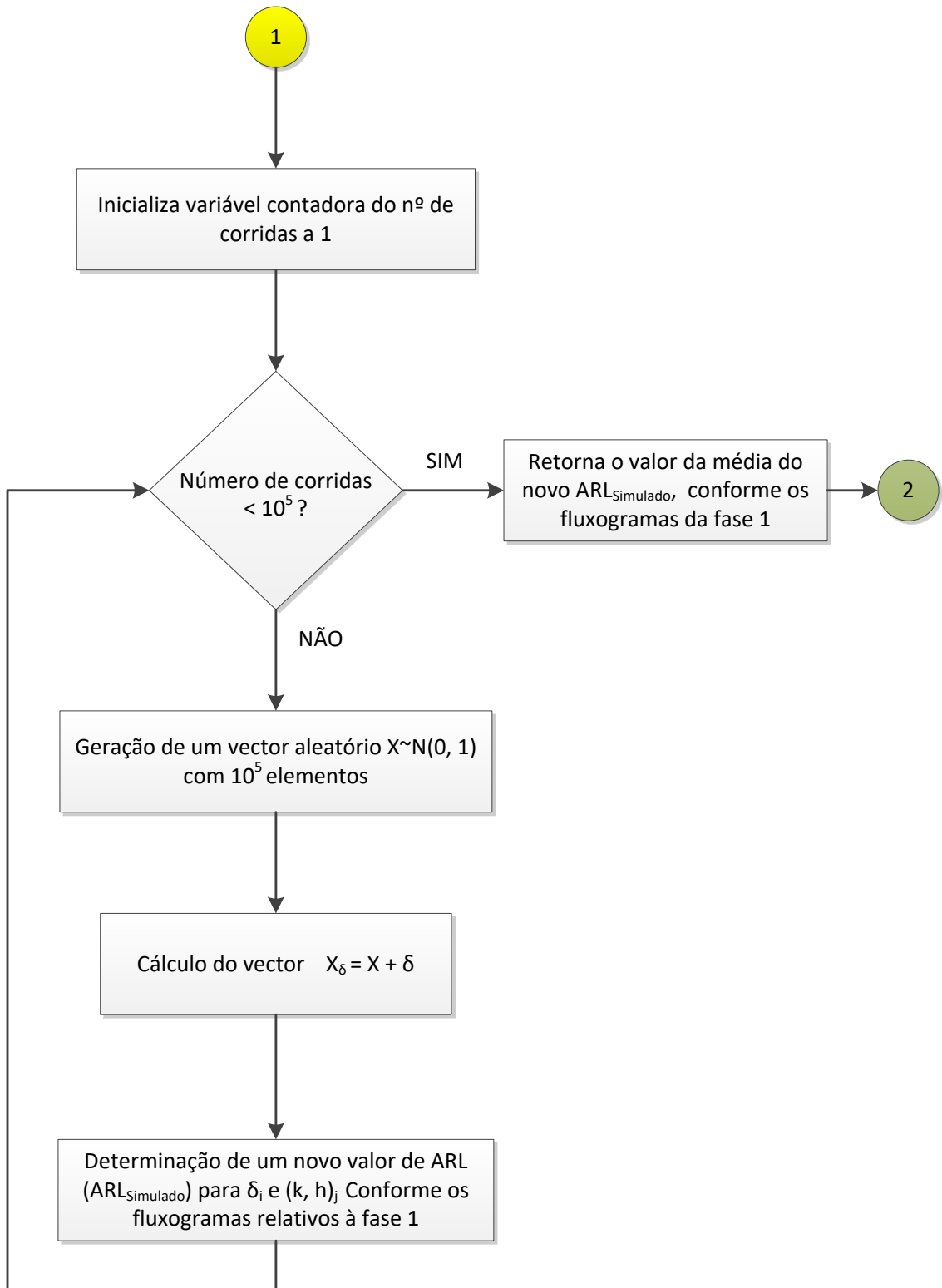


Figura 3.13 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta *CUSUM* (Parte 2 de 2)

Tal como na fase 2, o exemplo que se segue pretende demonstrar, para um cenário específico, o funcionamento do algoritmo.

Considerando um  $ARL_{EC} \text{ Pretendido}$  de 50, os passos seguidos pelo algoritmo são:

1. Leitura da tabela da fase 2 interpolada, e retirar todos os pares  $(k, h)$  que produzem o  $ARL_{EC} \text{ Pretendido} = 50$ , neste caso tem-se os pares ordenados:

Tabela 3.8 - Tabela interpolada da fase 2 dos pares  $(k, h)$  que produzem um  $ARL_{EC} \text{ Pretendido} = 50$

ARL <sub>EC</sub> = 50																							
k	0,125	0,1563	0,1875	0,218	0,25	0,281	0,312	0,343	0,375	0,406	0,437	0,468	0,5	0,531	0,562	0,593	0,625	0,656	0,687	0,718	0,75	0,781	
h	6,000	5,453	5,021	4,669	4,374	4,12	3,894	3,690	3,502	3,328	3,164	3,011	2,868	2,734	2,609	2,492	2,384	2,283	2,190	2,104	2,023	1,949	
k	0,8125	0,843	0,875	0,906	0,937	0,968	1	1,031	1,062	1,093	1,125	1,156	1,187	1,218	1,25	1,281	1,312	1,343	1,375	1,406	1,437	1,468	1,5
h	1,879	1,813	1,752	1,693	1,638	1,585	1,533	1,484	1,435	1,387	1,340	1,294	1,247	1,202	1,158	1,114	1,073	1,035	0,999	0,967	0,936	0,907	0,875

2. Depois de gerada a tabela com os pares  $(k, h)$ , é iniciada a determinação dos vários  $ARL_{FC}$  para todos os valores de  $\delta$ . Para cada linha correspondente a  $\delta$  é determinado o valor mínimo de  $ARL_{FC}$ .

Tabela 3.9 - Tabela obtida para  $ARL_{EC} = 50$  (Parte 1 de 2)

		$k$	0,125	0,156	0,187	0,218	0,25	0,281	0,312	0,343	0,375	0,406	0,437	0,468	0,5	0,531	0,562	0,593	0,625	0,656	0,687	0,718	0,75	0,781	0,812
		$h$	6,000	5,453	5,021	4,669	4,374	4,12	3,894	3,690	3,502	3,328	3,164	3,011	2,868	2,734	2,609	2,492	2,384	2,283	2,190	2,104	2,023	1,949	1,879
$\delta$	0	51,314	49,564	48,692	48,317	48,742	49,171	49,7	50,259	50,653	50,934	51,452	51,214	50,842	50,882	50,389	50,287	49,804	49,508	49,173	48,759	48,829	48,896	48,837	
	0,25	29,573	28,799	28,539	28,645	28,785	29,295	29,962	30,451	31,087	31,577	32,023	32,373	32,59	32,926	33,016	33,327	33,615	34,023	33,953	34,225	34,622	34,947	35,248	
	0,5	15,604	15,075	14,751	14,651	14,6	14,672	14,84	15,001	15,233	15,384	15,642	15,888	16,112	16,319	16,482	16,831	16,973	17,305	17,554	17,889	18,179	18,417	18,842	
	0,75	10,236	9,781	9,485	9,293	9,105	9,04	9,045	9,044	9,042	9,064	9,127	9,17	9,221	9,278	9,352	9,446	9,554	9,659	9,783	9,964	10,112	10,314	10,447	
	1	7,616	7,199	6,91	6,71	6,556	6,445	6,358	6,296	6,255	6,222	6,184	6,168	6,141	6,141	6,161	6,159	6,188	6,229	6,278	6,304	6,395	6,488	6,567	
	1,25	6,063	5,735	5,466	5,278	5,125	5,009	4,902	4,828	4,751	4,706	4,632	4,596	4,532	4,522	4,506	4,464	4,468	4,465	4,479	4,479	4,504	4,547	4,571	
	1,5	5,061	4,762	4,525	4,36	4,206	4,099	4,003	3,923	3,847	3,777	3,722	3,659	3,621	3,569	3,543	3,502	3,477	3,444	3,435	3,433	3,427	3,428	3,434	
	1,75	4,358	4,082	3,884	3,718	3,592	3,486	3,394	3,319	3,242	3,178	3,119	3,059	3,009	2,966	2,922	2,883	2,848	2,828	2,794	2,773	2,767	2,755	2,747	
	2	3,823	3,591	3,408	3,253	3,14	3,045	2,961	2,889	2,818	2,756	2,698	2,642	2,589	2,546	2,499	2,46	2,42	2,391	2,358	2,341	2,321	2,307	2,294	
	2,25	3,432	3,209	3,045	2,91	2,805	2,713	2,635	2,568	2,505	2,445	2,389	2,334	2,283	2,239	2,19	2,151	2,117	2,085	2,05	2,034	2,011	1,992	1,971	
	2,5	3,117	2,913	2,759	2,637	2,54	2,46	2,389	2,322	2,264	2,206	2,153	2,101	2,054	2	1,962	1,918	1,886	1,849	1,826	1,798	1,772	1,758	1,742	
	2,75	2,854	2,669	2,53	2,423	2,336	2,262	2,195	2,136	2,074	2,019	1,965	1,917	1,867	1,817	1,774	1,731	1,701	1,672	1,64	1,611	1,595	1,576	1,557	
	3	2,636	2,466	2,345	2,25	2,176	2,105	2,042	1,98	1,923	1,868	1,817	1,761	1,714	1,663	1,625	1,586	1,553	1,522	1,494	1,472	1,448	1,435	1,415	



Tabela 3.10 - Tabela obtida para  $ARL_{EC} = 50$  (Parte 2 de 2)

	$k$	0,843	0,875	0,906	0,937	0,968	1	1,031	1,062	1,093	1,125	1,156	1,187	1,218	1,25	1,281	1,312	1,343	1,375	1,406	1,437	1,468	1,5
	$h$	1,813	1,752	1,693	1,638	1,585	1,533	1,484	1,435	1,387	1,340	1,294	1,247	1,202	1,158	1,114	1,073	1,035	0,999	0,967	0,936	0,907	0,875
$\delta$	0	49,294	49,065	49,468	49,758	49,803	50,324	50,198	50,219	50,621	50,503	50,347	50,018	49,908	49,323	48,969	48,759	48,727	48,934	49,644	50,534	51,655	52,067
	0,25	35,61	35,965	36,558	36,99	37,396	37,881	38,305	38,495	38,781	38,973	39,186	39,103	39,174	39,075	38,916	39,087	39,132	39,296	40,306	41,09	41,745	42,067
	0,5	19,229	19,571	20,121	20,438	20,997	21,251	21,667	22,041	22,237	22,618	22,976	23,282	23,235	23,442	23,685	23,964	24,063	24,504	24,815	25,396	26,015	26,496
	0,75	10,678	10,913	11,158	11,353	11,654	11,861	12,098	12,302	12,622	12,844	13,028	13,223	13,393	13,553	13,73	13,903	14,093	14,282	14,613	14,912	15,311	15,666
	1	6,637	6,776	6,867	7,001	7,136	7,273	7,395	7,525	7,665	7,817	7,921	8,056	8,134	8,288	8,344	8,494	8,59	8,78	8,958	9,135	9,394	9,509
	1,25	4,58	4,644	4,698	4,744	4,808	4,852	4,949	5,004	5,083	5,172	5,233	5,283	5,347	5,418	5,484	5,545	5,631	5,753	5,844	5,986	6,079	6,163
	1,5	3,451	3,463	3,486	3,51	3,533	3,564	3,604	3,627	3,654	3,695	3,734	3,774	3,799	3,812	3,868	3,9	3,951	4,002	4,056	4,139	4,228	4,271
	1,75	2,743	2,743	2,748	2,749	2,764	2,77	2,781	2,806	2,816	2,825	2,839	2,858	2,872	2,905	2,917	2,932	2,954	3	3,02	3,052	3,101	3,13
	2	2,289	2,278	2,271	2,269	2,262	2,265	2,272	2,281	2,277	2,284	2,292	2,293	2,29	2,3	2,311	2,319	2,332	2,35	2,368	2,409	2,406	2,44
	2,25	1,959	1,948	1,942	1,931	1,922	1,925	1,918	1,922	1,919	1,92	1,916	1,921	1,915	1,912	1,913	1,923	1,922	1,93	1,936	1,961	1,98	1,982
	2,5	1,722	1,711	1,698	1,694	1,689	1,679	1,669	1,67	1,666	1,661	1,663	1,649	1,65	1,647	1,648	1,645	1,652	1,655	1,661	1,666	1,674	1,681
	2,75	1,54	1,531	1,52	1,515	1,504	1,498	1,487	1,486	1,48	1,475	1,469	1,463	1,46	1,458	1,456	1,453	1,452	1,451	1,456	1,459	1,464	1,469
	3	1,404	1,388	1,379	1,373	1,364	1,358	1,347	1,346	1,34	1,332	1,332	1,325	1,324	1,318	1,316	1,315	1,311	1,309	1,314	1,315	1,317	1,318

3. Por fim o algoritmo compila uma tabela resumida, em que são apresentados os valores do  $ARL_{FC Min}$  para cada valor de  $\delta$  e  $(k, h)$ .

Tabela 3.11 - Tabela resumo para  $ARL_{EC} = 50$

Tabela Resumo para $ARL_{EC} = 50$												
$\delta$	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
$k_{otimo}$	0,1875	0,25	0,2813	0,5313	0,5938	0,75	0,875	0,9688	1,25	1,3125	1,375	1,375
$h_{otimo}$	5,0211	4,3743	4,12	2,7343	2,4926	2,0238	1,752	1,585	1,158	1,0738	0,9995	0,9995
$ARL_{FC min}$	28,5388	14,6005	9,0399	6,1412	4,4637	3,4272	2,7429	2,2621	1,9125	1,6453	1,4507	1,3086

### 3.1.1.6 RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA *CUSUM* – FASE 3

A tabela seguinte, é uma compilação de todas as tabelas resumo de todos os  $ARL_{EC}$  Pretendidos.

Tabela 3.12 - Tabela final dos parâmetros calculados para a carta *CUSUM* – Fase 3

			delta $\delta$											
			0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
ARL	50	$k_{otimo}$	0,187	0,250	0,281	0,531	0,593	0,75	0,875	0,968	1,25	1,312	1,375	1,375
		$h_{otimo}$	5,021	4,374	4,120	2,734	2,492	2,023	1,752	1,585	1,158	1,073	0,999	0,999
		$ARL_{FC\_min}$	28,538	14,600	9,039	6,141	4,463	3,427	2,742	2,262	1,912	1,645	1,450	1,308
	100	$k_{otimo}$	0,125	0,2813	0,4063	0,468	0,593	0,750	0,906	0,968	1,125	1,250	1,312	1,500
		$h_{otimo}$	7,875	5,23	4,0771	3,670	3,043	2,477	2,070	1,938	1,653	1,454	1,364	1,125
		$ARL_{FC\_min}$	42,988	19,402	11,1492	7,363	5,310	4,024	3,194	2,607	2,178	1,861	1,618	1,437
	250	$k_{otimo}$	0,125	0,25	0,375	0,531	0,656	0,687	0,906	0,968	1,062	1,281	1,406	1,500
		$h_{otimo}$	10,75	7,281	5,499	4,175	3,478	3,335	2,564	2,397	2,18	1,776	1,590	1,468
		$ARL_{FC\_min}$	64,545	25,896	14,292	9,160	6,43	4,836	3,784	3,059	2,55	2,158	1,859	1,636
	370	$k_{otimo}$	0,125	0,25	0,406	0,531	0,656	0,687	0,875	0,968	1,098	1,218	1,343	1,500
		$h_{otimo}$	12,093	7,999	5,642	4,534	3,773	3,619	2,880	2,598	2,293	2,041	1,828	1,603
		$ARL_{FC\_min}$	74,995	28,694	15,620	9,925	6,928	5,184	4,040	3,257	2,707	2,286	1,970	1,721
	500	$k_{otimo}$	0,125	0,25	0,343	0,531	0,625	0,781	0,875	0,968	1,125	1,250	1,312	1,500
		$h_{otimo}$	13,156	8,578	6,826	4,816	4,179	3,404	3,048	2,750	2,358	2,106	1,993	1,710
		$ARL_{FC\_min}$	83,422	31,028	16,650	10,503	7,325	5,449	4,238	3,408	2,816	2,385	2,049	1,790
	1000	$k_{otimo}$	0,125	0,25	0,375	0,5	0,656	0,750	0,875	1,031	1,125	1,281	1,343	1,468
		$h_{otimo}$	15,692	9,929	7,296	5,757	4,528	4,001	3,445	2,914	2,663	2,315	2,196	1,996
		$ARL_{FC\_min}$	103,330	36,470	19,011	11,838	8,195	6,068	4,683	3,753	3,099	2,610	2,239	1,952

Como é possível verificar através do Tabela 3.12, o valor de  $k$  nem sempre corresponde a  $\delta/2$  (equação 2.15), no entanto, na maioria dos casos os valores são muito aproximados.

Segundo Montgomery (2005), o valor de  $k$  é geralmente designado como o valor de referência (ou valor de tolerância), e deve ser seleccionado entre o valor da média  $\mu_0$  e o valor da média fora de controlo  $\mu_1$  que estamos interessados em detectar rapidamente. Deste modo, se o desvio for expresso em unidades de desvio padrão como  $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$  (ou  $\delta = |\mu_1 - \mu_0|/\sigma$ ), então  $k$  é igual a metade do valor do desvio,

$$k = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \quad (3.2)$$

No decorrer da dissertação e depois de terminada a fase 3, verifica-se que os resultados simulados se aproximam muito do método proposto por Montgomery. As ligeiras

diferenças no valor de  $k$  e  $\delta/2$  podem ser explicadas devido ao fato de que, na metodologia utilizada,  $k$  também depende de  $ARL_{EC}$ .

Os resultados são também apresentados sob a forma de ábacos (figura 3.14) por forma a evidenciar o comportamento de  $k$  em função de  $\delta$ , para diferentes valores de  $ARL$ .

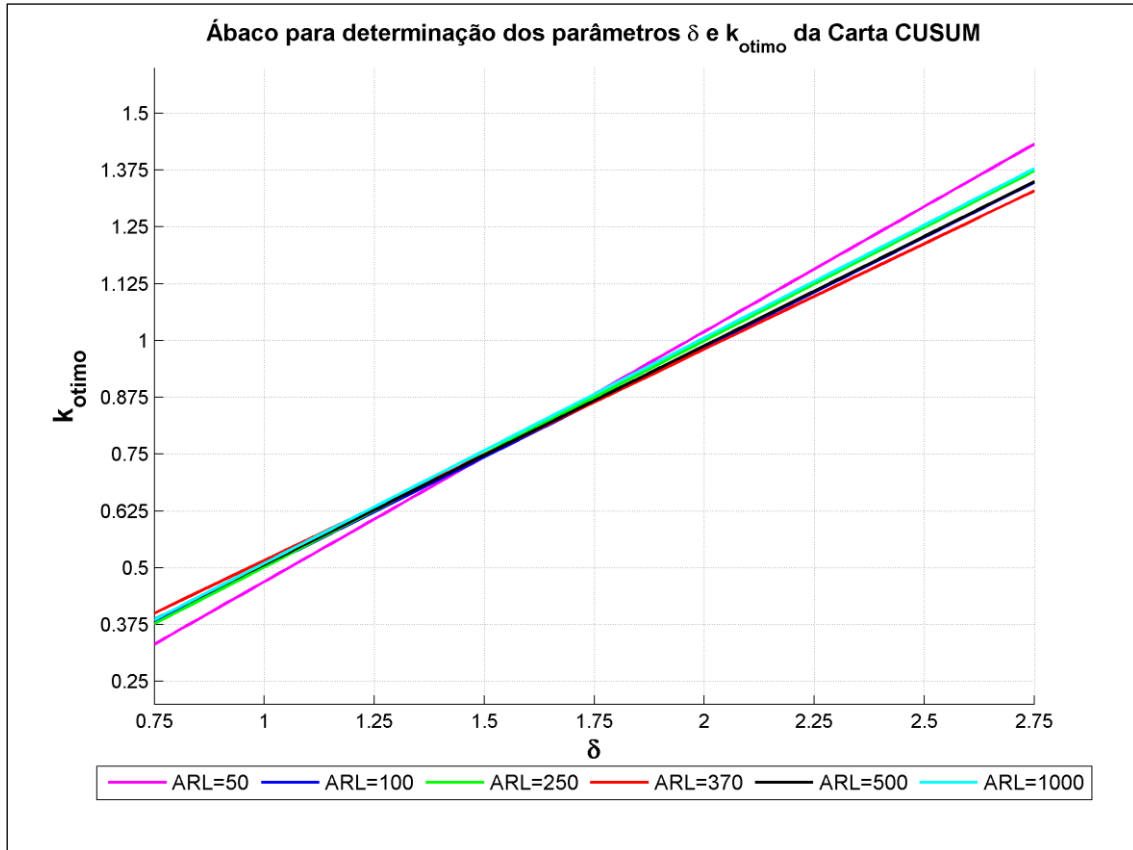


Figura 3.14 – Valor de  $k$  em função de  $\delta$ , da carta CUSUM, para vários valores de  $ARL_{EC}$  pretendidos

Finalizado o estudo da carta *CUSUM*, verificou-se que os resultados obtidos pela via computacional são muito semelhantes aos publicados por Gan (Anexo I). Constata-se que existem diferenças muito pequenas, que podem ser explicadas pela fraca capacidade dos computadores utilizados para processarem o algoritmo em tempos considerados aceitáveis. Contudo, a evolução das curvas está em linha com os ábacos apresentados no anexo I e, como tal, conclui-se que esta fase da dissertação foi terminada com sucesso.

### 3.2 CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$

À semelhança do que foi feito para a carta  $CUSUM$ , pretende-se obter os ábacos e respectivas tabelas para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  para diferentes dimensões de amostras. Esta parte da dissertação tem como base o trabalho realizado por Afonso (2012), em que foram obtidas tabelas e ábacos para uma dimensão de amostra,  $n=5$ . O objetivo agora passa por obter as tabelas para  $n=4, 6, 7$  e  $8$ , visto serem os casos mais comuns, incluindo  $n=5$ .

A abordagem utilizada para esta carta é muito semelhante à anterior. Apesar de na carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  o objetivo ser detectar alterações na dispersão do processo (e não na média como na carta  $CUSUM$ ), o processo consiste nas mesmas três fases. O algoritmo utilizado é semelhante. Difere em algumas partes, nomeadamente no cálculo da estatística da carta, até porque, neste caso as é necessário diferenciar os aumentos dos decréscimos.

Assim, neste caso, as várias fases do processo são efectuadas separadamente para a detecção de aumentos e decréscimos na variância do processo. Embora o algoritmo seja muito parecido, como é óbvio, tem as suas especificidades. Na secção 3.2.1 são apresentados os diagramas referentes às distintas fases do processo, por forma a evidenciar as diferenças que existem entre os algoritmos da carta  $CUSUM$  e carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , assim como as diferenças entre os aumentos e os decréscimos na variabilidade.

### 3.2.1. METODOLOGIA UTILIZADA NA CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$

Como foi referido anteriormente, a metodologia aplicada para a determinação dos parâmetros da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  é muito semelhante à da carta CUSUM para a média, ao ponto de os algoritmos apresentarem apenas algumas diferenças. O fluxograma 3.11 é um resumo das várias fases do processo.

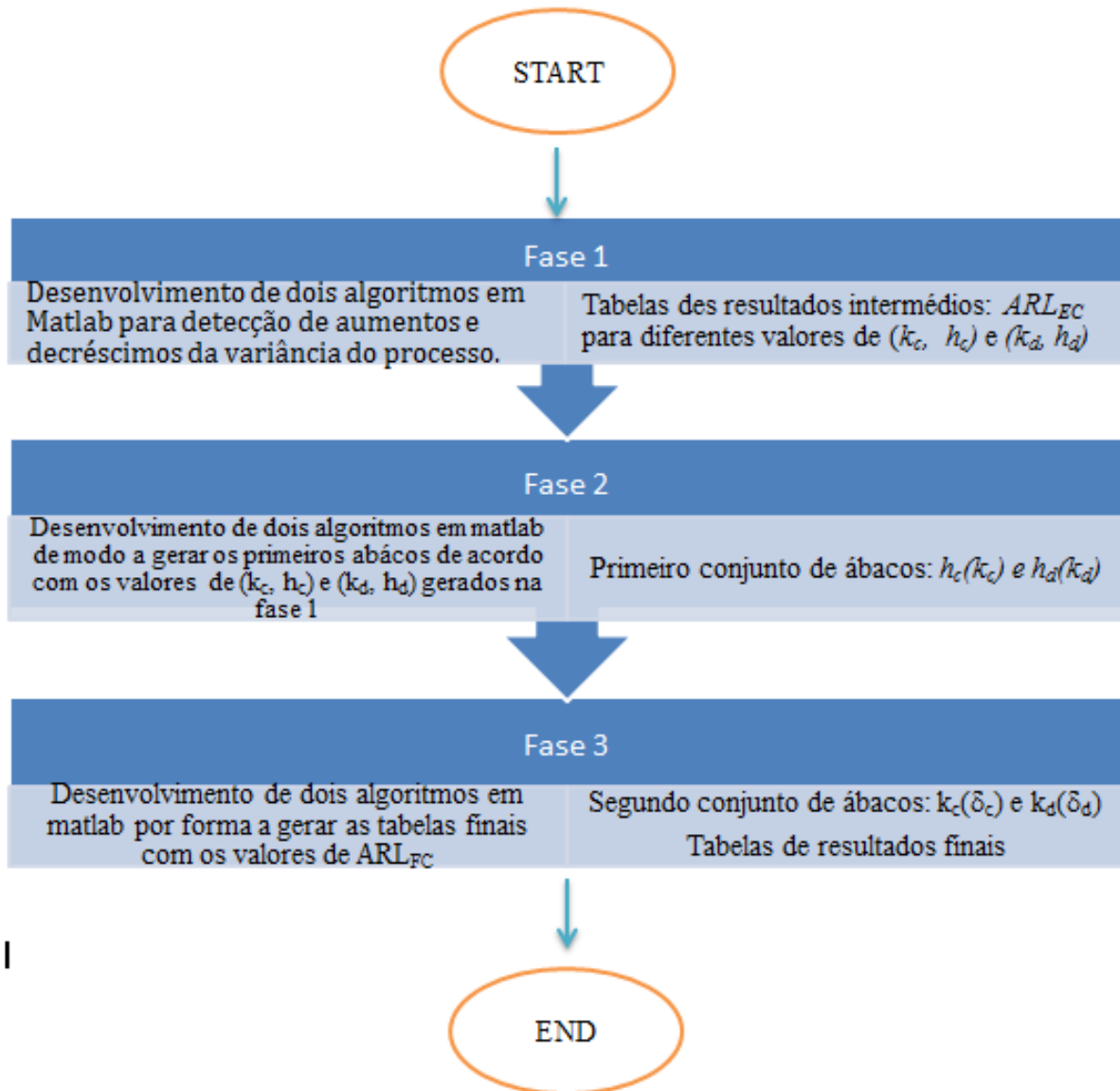


Figura 3.15 - Fluxograma resumo das diferentes fases inerentes à metodologia desenvolvida para a carta

### 3.2.1.1. METODOLOGIA APLICADA NA CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 1

A fase 1 da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  é muito semelhante à fase 1 da carta  $CUSUM$ . No entanto, existem algumas diferenças.

Na carta  $CUSUM$  é apenas utilizado um algoritmo para detectar aumentos e decréscimos na média do processo, ou seja, o algoritmo detecta a situação que ocorre primeiro e retorna o respectivo  $ARL$ . Isto porque apenas interessa saber se, realmente, existe uma alteração na média do processo, não sendo importante saber para que lado se está a deslocar. No caso da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  é necessário o desenvolvimento de dois algoritmos porque o parâmetro a estudar neste tipo de cartas é a variância e é importante saber se a mesma está a aumentar ou a diminuir. É importante saber se está a aumentar porque, nesse caso, o processo está a deteriorar-se e, como tal, são necessárias medidas correctivas. Contudo, se a variância diminuir, também é uma informação valiosa saber quais os fatores que levaram a que tal acontecesse, pois é uma situação de melhoria do processo.

Neste caso, a determinação das variáveis  $C$  e  $D$  requer o cálculo da variável  $Y$ , dada no instante  $t$ , pela equação 2.24, assim como dos parâmetros  $(h_C, k_C)$  e  $(h_D, k_D)$  para detecção de aumentos ou decréscimos, respectivamente, da dispersão do processo.

O que se pretende nesta fase é a geração de duas tabelas auxiliares com vários valores de  $ARL_{EC}$  para diferentes valores de  $k_C$  e  $h_C$  no estudo de aumentos e  $k_D$  e  $h_D$  no estudo de decréscimos.

Assim sendo, as variáveis de entrada e de saída podem ser observadas no esquema apresentado na figura 3.16.



Figura 3.16 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 1 da metodologia - Carta  $CUSUM-\ln(S^2)$

De seguida apresentam-se os valores das variáveis de entrada,  $h$  e  $k$  considerados:

Detecção de aumentos na variância do processo:

$h_C = [0,1; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0]$

$k_C = [0,001; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0]$

$n = [4; 6; 7; 8]$

Detecção de decréscimos na variância do processo:

$h_D = [1; 1,5; 2; 2,1; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9; 3; 3,1; 3,2; 3,3; 3,4; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 6,5; 7; 7,5; 8; 8,5; 9; 9,5; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 42; 43; 44; 45]$

$k_D = [0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1,0; 1,05; 1,10; 1,1; 1,1; 1,15; 1,2; 1,25; 1,3; 1,35; 1,4; 1,45; 1,5]$

$n = [4; 6; 7; 8]$

Os valores de  $k$  e  $h$  são escolhidos criteriosamente de modo a contemplar os valores de  $ARL_{EC}$  desejados. Neste caso foram escolhidos de acordo com os ábacos, tendo como base as tabelas de resultados de Chang e Gan (1995) apresentados no anexo II.

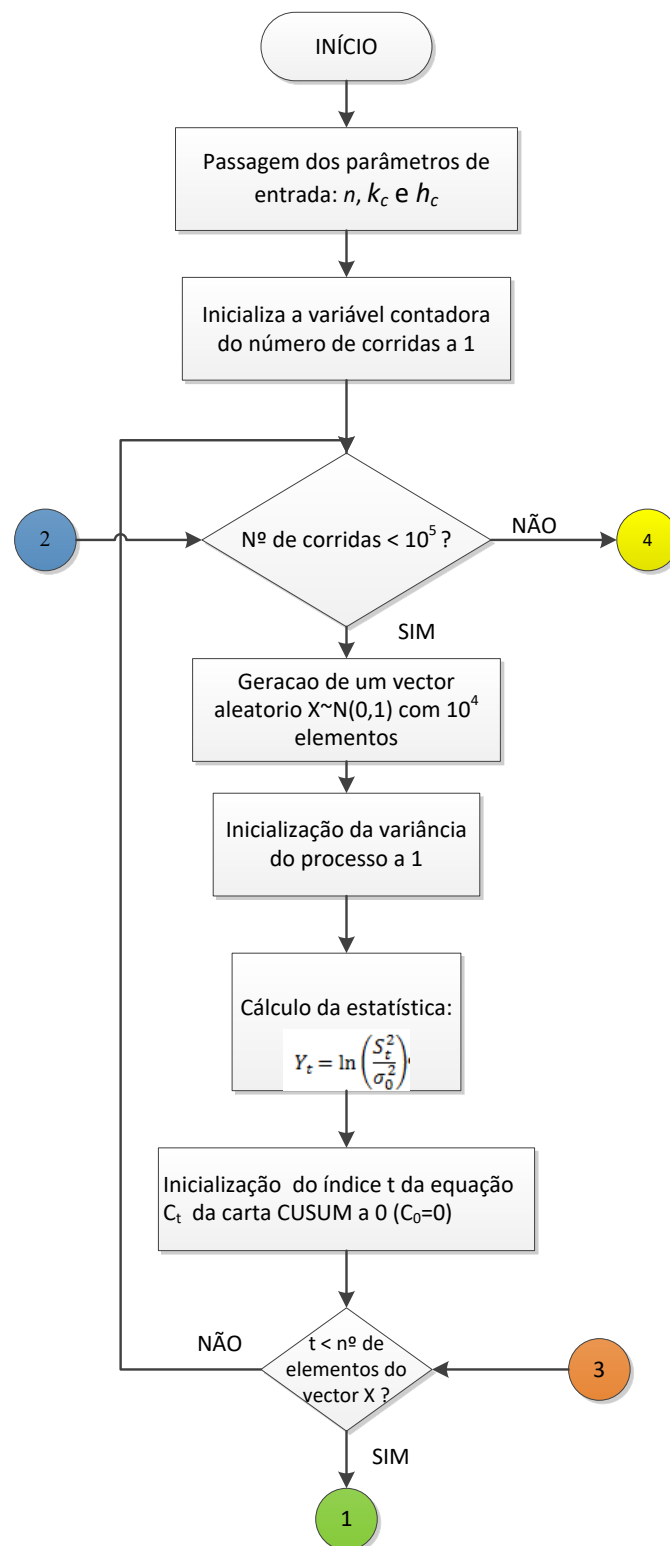


Figura 3.17 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 1 de 3)



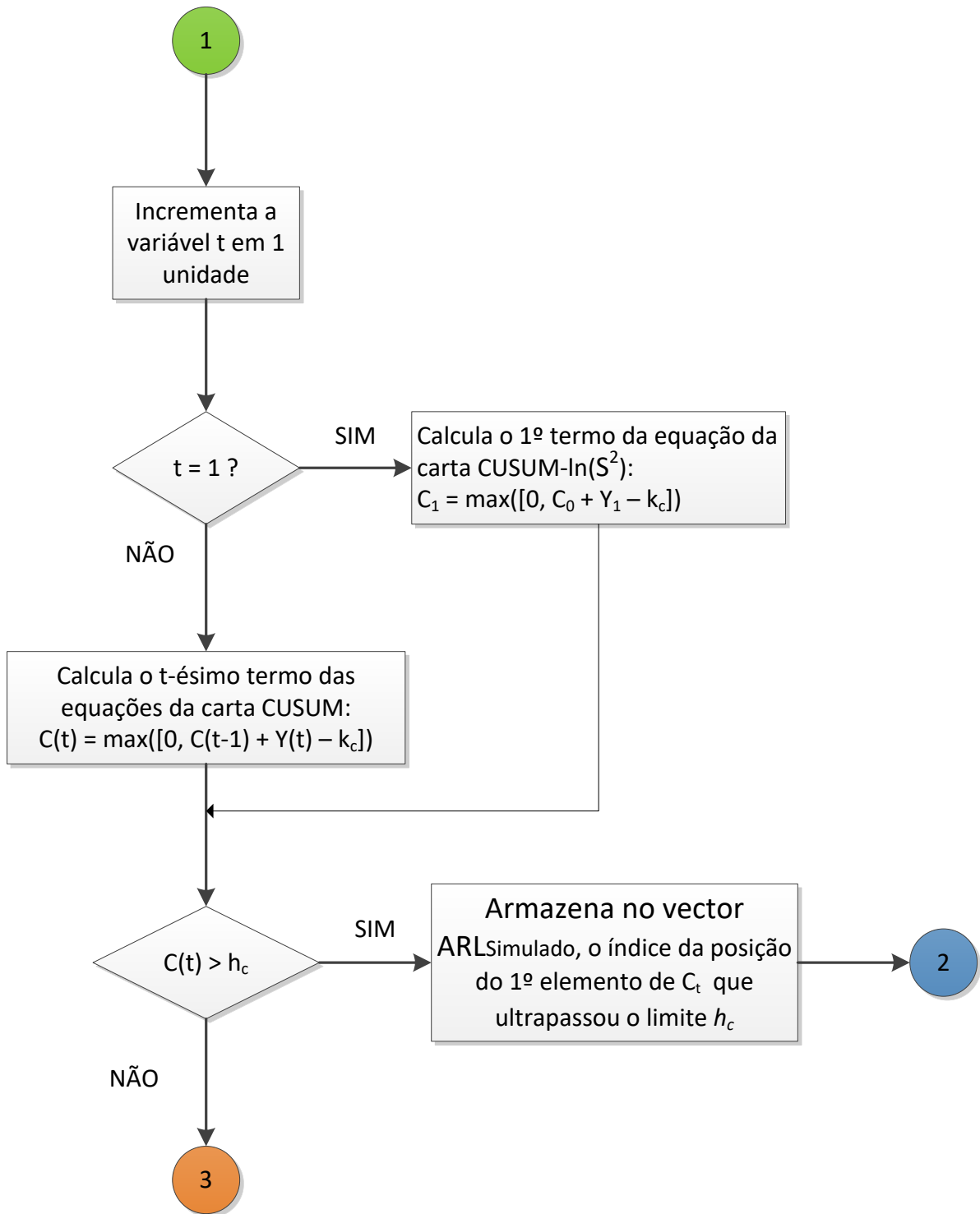


Figura 3.18 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 2 de 3)

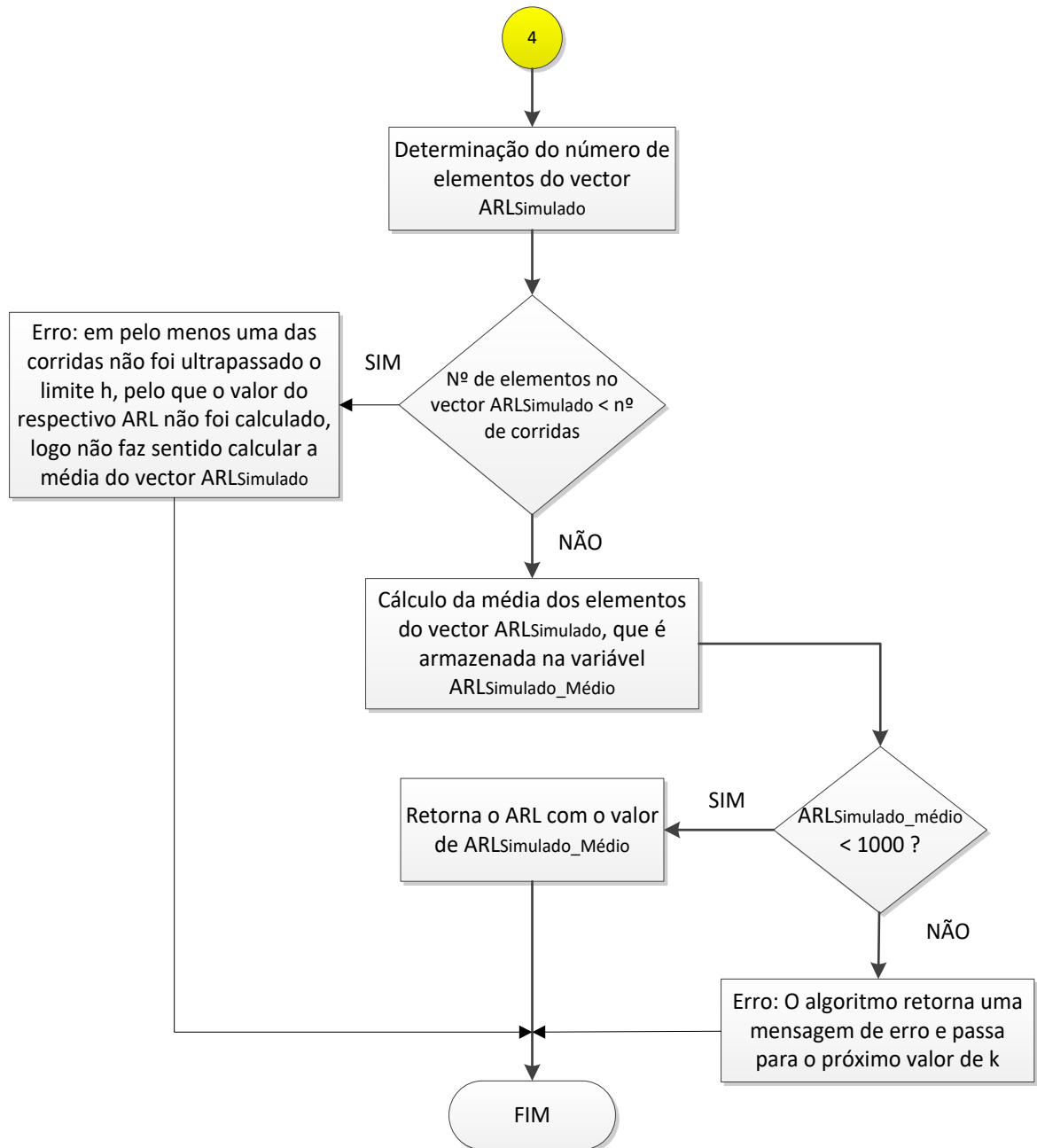


Figura 3.19 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 3 de 3)

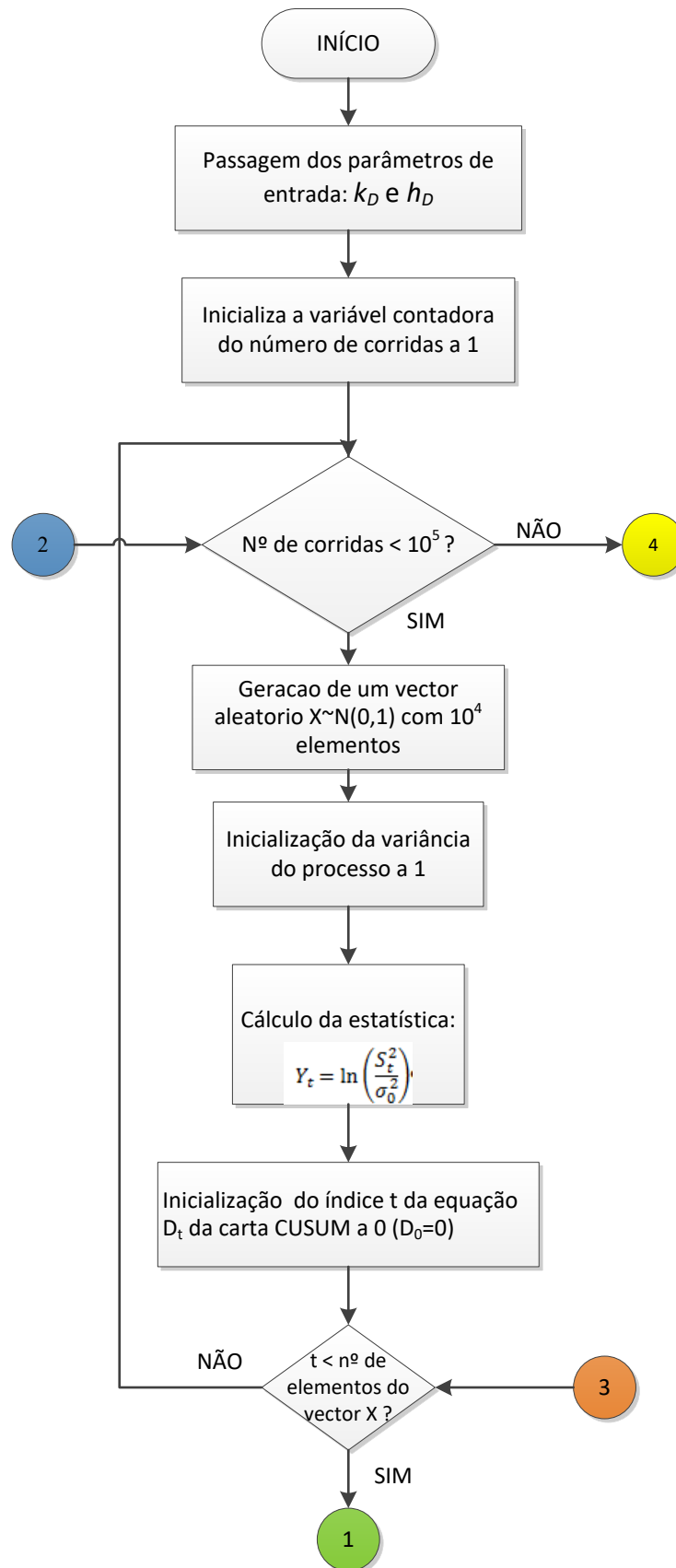


Figura 3.20 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 1 de 3)

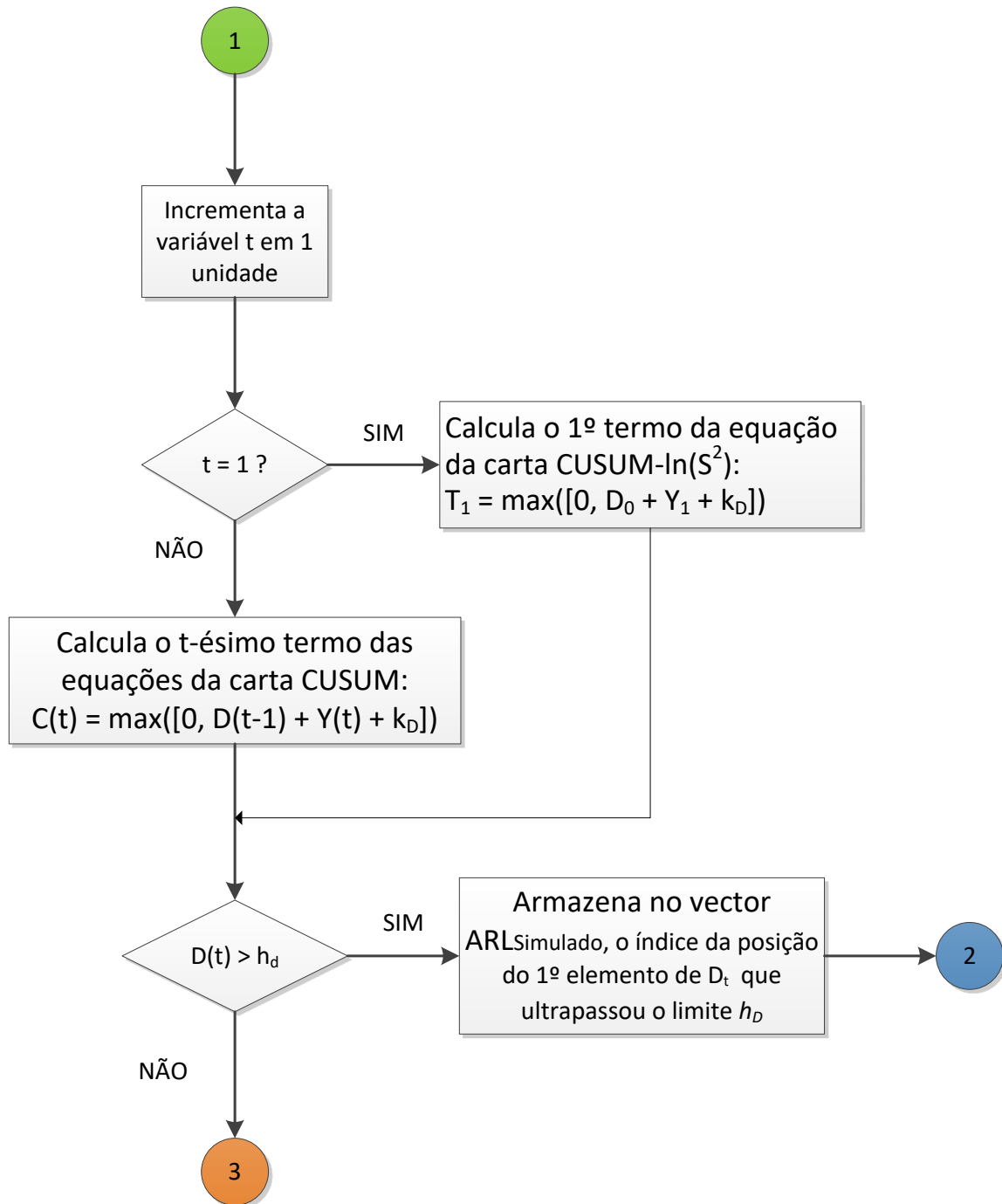


Figura 3.21 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 2 de 3)

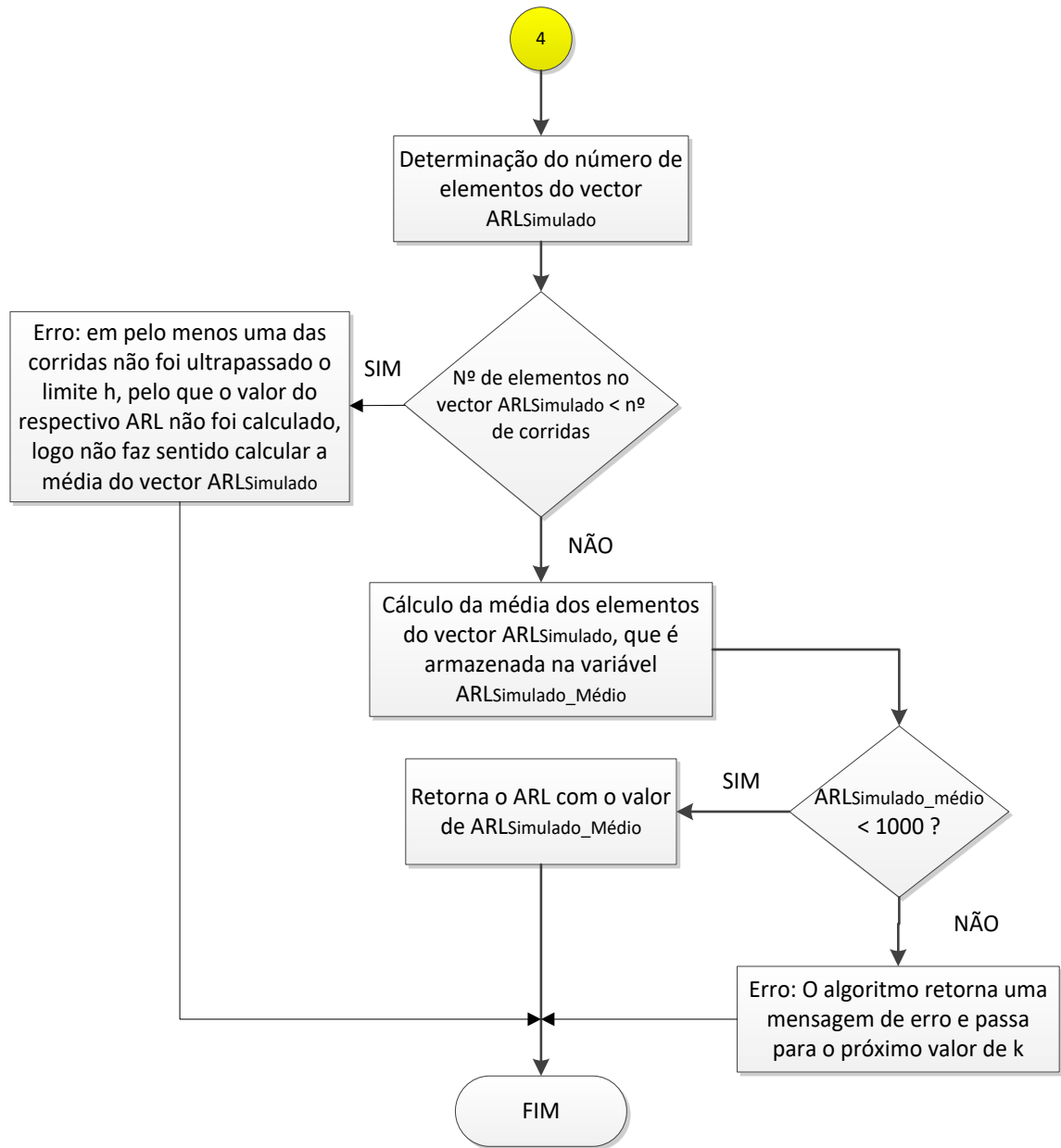


Figura 3.22 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 1 para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 3 de 3)

### 3.2.1.2. RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$ – FASE 1

Em seguida apresentam-se as tabelas auxiliares intermédias relativa à Fase I da metodologia para uma dimensão de amostra de  $n=4$ .

As tabelas referentes às restantes dimensões de amostra podem ser consultadas no anexo III.

**Tabela 3.13 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_C$  e  $h_C$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 1**

		H																																	
		0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
k	0,001	2,9	3,3	3,5	3,8	4,1	4,3	4,7	5,1	5,5	5,9	6,4	6,9	7,5	8,1	8,8	9,5	10,2	11,0	12,9	15,0	17,3	19,8	22,8	26,1	29,5	33,3	37,7	42,4	76,3	133,0	227,1	382,8	640,9	1067,1
	0,05	3,1	3,6	3,8	4,1	4,4	4,8	5,2	5,6	6,1	6,6	7,2	7,8	8,5	9,2	10,0	11,0	11,9	12,9	15,2	17,9	20,8	24,2	28,4	32,6	37,3	42,7	48,5	55,7	106,8	199,4	366,3	669,5	1215,1	
	0,1	3,3	3,9	4,2	4,5	4,9	5,3	5,7	6,2	6,8	7,5	8,1	8,9	9,7	10,6	11,7	12,7	13,9	15,4	18,3	21,8	25,7	30,4	35,7	41,6	48,4	56,1	65,5	75,6	156,1	315,9	632,3	1262,6		
	0,15	3,6	4,2	4,5	4,9	5,4	5,9	6,4	7,0	7,7	8,5	9,3	10,3	11,3	12,4	13,7	15,1	16,6	18,4	22,3	27,0	32,4	38,6	45,8	54,5	64,6	76,3	89,7	105,6	237,2	522,7	1147,1			
	0,2	3,9	4,6	5,0	5,5	6,0	6,6	7,2	8,0	8,8	9,7	10,8	11,9	13,2	14,6	16,3	18,1	20,2	22,3	27,6	33,9	41,4	50,0	61,0	73,3	88,1	106,1	127,2	152,4	376,5	910,7	2220,8			
	0,25	4,3	5,1	5,5	6,1	6,7	7,4	8,2	9,0	10,1	11,2	12,6	13,9	15,7	17,6	19,7	22,0	24,7	27,6	34,7	43,3	53,6	66,9	82,5	100,8	123,6	152,4	185,7	227,3	620,3	1680,8				
	0,3	4,7	5,6	6,2	6,8	7,5	8,4	9,4	10,4	11,6	13,1	14,8	16,6	18,8	21,2	23,9	26,9	30,7	34,8	44,4	56,9	71,7	90,7	114,3	143,5	179,6	224,7	280,6	349,1	1063,6					
	0,35	5,1	6,2	6,9	7,7	8,6	9,6	10,8	12,1	13,7	15,5	17,6	20,0	22,7	26,1	29,7	34,1	38,9	44,4	57,8	75,8	97,8	126,7	163,5	210,4	268,0	342,9	436,2	559,7	1918,2					
	0,4	5,7	7,0	7,8	8,7	9,8	11,1	12,5	14,2	16,2	18,5	21,0	24,4	28,0	32,2	37,5	43,1	50,0	58,0	77,5	103,5	136,7	181,5	238,5	313,7	411,5	541,9	710,8	935,6	3626,7					
	0,45	6,3	7,9	8,8	10,0	11,4	12,9	14,6	16,9	19,4	22,3	25,9	29,8	34,8	40,7	47,7	55,9	65,8	76,4	106,5	144,4	197,4	265,9	362,0	485,4	654,3	881,9	1192,1							
	0,5	7,1	9,0	10,1	11,5	13,1	15,1	17,3	20,0	23,4	27,1	31,9	37,7	44,0	52,3	62,1	73,7	87,6	103,7	147,1	207,4	290,4	407,6	562,4	779,3	1076,3									
	0,55	8,1	10,3	11,7	13,4	15,5	17,9	20,9	24,4	28,5	33,8	39,9	47,4	56,9	68,3	81,8	98,8	119,0	143,9	209,8	306,1	442,0	634,8	910,1	1293,3										
	0,6	9,1	11,9	13,6	15,8	18,3	21,5	25,2	29,8	35,5	42,5	50,7	61,4	74,3	91,0	110,3	136,2	164,8	205,0	307,6	464,7	687,6	1022,2												
	0,65	10,4	13,7	16,0	18,6	21,9	26,1	30,8	36,9	44,6	53,9	65,8	79,9	98,0	121,9	151,3	188,6	235,8	295,2	460,2	716,7														
	0,7	12,0	16,2	18,9	22,4	26,4	31,8	38,3	46,2	56,5	69,6	85,4	107,2	134,1	168,7	213,4	269,9	344,1	437,0	711,7	1142,3														
0,8	16,3	23,1	27,3	33,0	40,2	48,9	60,9	75,5	95,1	120,7	154,7	199,4	257,5	338,7	443,6	589,4	776,8	1032,0																	
0,9	23,2	33,9	41,4	51,4	63,8	80,2	102,2	130,4	170,9	224,8	297,3	399,5	538,6	741,9	1011,8																				
1	34,0	52,1	65,2	83,2	106,6	138,7	182,5	243,0	326,4	446,0	615,9	865,6	1222,8																						

Tabela 3.14 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 1 de 2)

		H																											
		1	1,5	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
k	0,35													18,25	19,08	20	20,81	21,61	22,55	27,42	32,81	38,56	44,6	51,2	58,03	65,29	73,1	80,77	89,18
	0,4													20,77	21,8	22,86	24	25,13	26,22	32,19	39,28	46,82	55,25	64,42	74,74	85,23	96,75	110,26	123,97
	0,45													23,88	25,09	26,38	27,59	29,1	30,59	38,37	47,53	57,5	69,66	82,58	97,8	115,24	133,21	154,71	177,98
	0,5													27,25	28,78	30,32	32,05	33,85	35,79	45,9	57,98	72,74	89,15	108,39	131,18	157,54	188,55	222,86	264,25
	0,55													31,35	33,18	35,36	37,5	39,55	41,79	55,09	70,79	90,86	115,01	143,49	178,32	221,52	271,4	331,43	405,44
	0,6													36,3	38,4	40,96	43,54	46,45	49,2	66,25	87,73	115,24	148,73	191,8	244,64	310,23	393,7	499,63	621,69
	0,65													41,65	44,68	47,57	50,96	54,51	58,2	79,77	108,62	145,25	194,65	257,09	339,27	443,75	582,6	757,42	981,73
	0,7													48,25	51,72	55,54	59,65	64,12	68,62	96,71	134,89	184,65	253,07	346,47	467,09	626,76	853,67	1146,26	
	0,75													55,68	60,09	64,68	69,96	75,45	81,51	116,98	167,18	236,76	331,09	466,4	643,49	900,39	1258,98		
	0,8													64,18	69,37	75,45	81,93	88,53	95,94	140,94	206,32	299,41	431,88	622,86	887,54	1279,56			
	0,85													74,37	80,43	87,71	95,99	103,74	112,38	168,68	254,72	376,41	564,42	834,57	1227,72				
	0,9													85,15	92,84	101,73	110,12	121,36	132,63	204,8	313,14	474,4	726,64	1097,77					
	0,95													98,13	107,12	118,3	129,43	141,17	155,42	244,78	380,66	595,74	930,54	1432,01					
	1								68,55	75,81	83,32	92,11	101,45	112,17	123,68	136,21	149,98	164,71	181,74	290,47	466,54	740,24	1181						
	1,05								76,98	85,85	94,77	104,44	116,11	127,57	141,42	156,14	172,48	191,77	211,43	345,52	564,79	920,8	1487,61						
1,1								86,98	96,81	106,85	118,49	132,09	145,71	162,37	180,02	200,53	221,18	244,74	408,73	676,49	1131,21								
1,15								97,76	107,99	120,27	133,65	150,25	166,12	184,89	206,55	228,84	254,34	284,26	480,95	818,37	1371,49								
1,2	19,28	34,71	61,65	69,05	77,25	86,73	96,98	108,16	121,74	135,65	150,69	168,91	187,86	211,11	234,99	263	292,09	325,96	563,23	966,5	1658,02								
1,25	20,82	37,85	68,17	76,72	85,91	96,29	108,04	121,26	136,04	152,42	170,65	191,03	213,01	239,78	266,67	300,45	336,22	375,04	657,5	1152,51									

Tabela 3.15 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 2 de 2)

		9	9,5	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
k	0,35	98,51	107,64	116,83	137,01	158,1	181,59	204,88	230,17	256,62	283,84	311,97	340,93	371,13	402,27	434,17	464,8	498,68	535,39	570,31	606,38	643,3	678,77	719,12	754,78	795,55	834,73	874,67	916,68	952,09	997,45	1036,98
	0,4	137,65	154,05	171,25	207,95	249,5	294,45	349,54	405	468,41	540,17	613	699,47	790,87	892,18	997,43	1120,86															
	0,45	203,92	232,49	264,08	336,95	426,23	535,24	659,72	810,82	997,2	1214,16																					
	0,5	310,77	362,78	425,3	577,86	781,11	1034,9																									
	0,55	490,21	592,11	719,52	1042,49																											
	0,6	786,94	982,25	1233,11																												
	0,65	1274,59																														
	0,7																															
	0,75																															
	0,8																															
	0,85																															
	0,9																															
	0,95																															
	1																															
	1,05																															
	1,1																															
	1,15																															
	1,2																															
	1,25																															

### 3.2.1.3. METODOLOGIA APLICADA NA CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2

Na fase 2 da metodologia pretende-se determinar os valores de  $h_C$  e  $h_D$  para uma gama de valores de  $ARL_{EC}$ .

O algoritmo utilizado é muito semelhante ao da fase 2 da carta  $CUSUM$ , sendo que apenas foram modificadas alguns cálculos inerentes à estatística da carta. O exemplo dado na secção 3.1.1.3 serve também de exemplo neste caso.



Figura 3.23 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 2 da metodologia - Carta  $CUSUM-\ln(S^2)$

De seguida estão apresentadas as variáveis de entrada e os fluxogramas referentes ao algoritmo:

Detecção de aumentos na dispersão do processo:

$$ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000]$$

$$k_C = [0,001; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0]$$

$$n = [4; 6; 7; 8]$$

$$\varepsilon = 2$$

Detecção de decréscimos na variância do processo:

$$ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000]$$

$$k_D = [0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1,0; 1,05; 1,10; 1,1; 1,15; 1,2; 1,25; 1,3; 1,35; 1,4; 1,45; 1,5]$$

$$n = [4; 6; 7; 8]$$

$$\varepsilon = 2$$



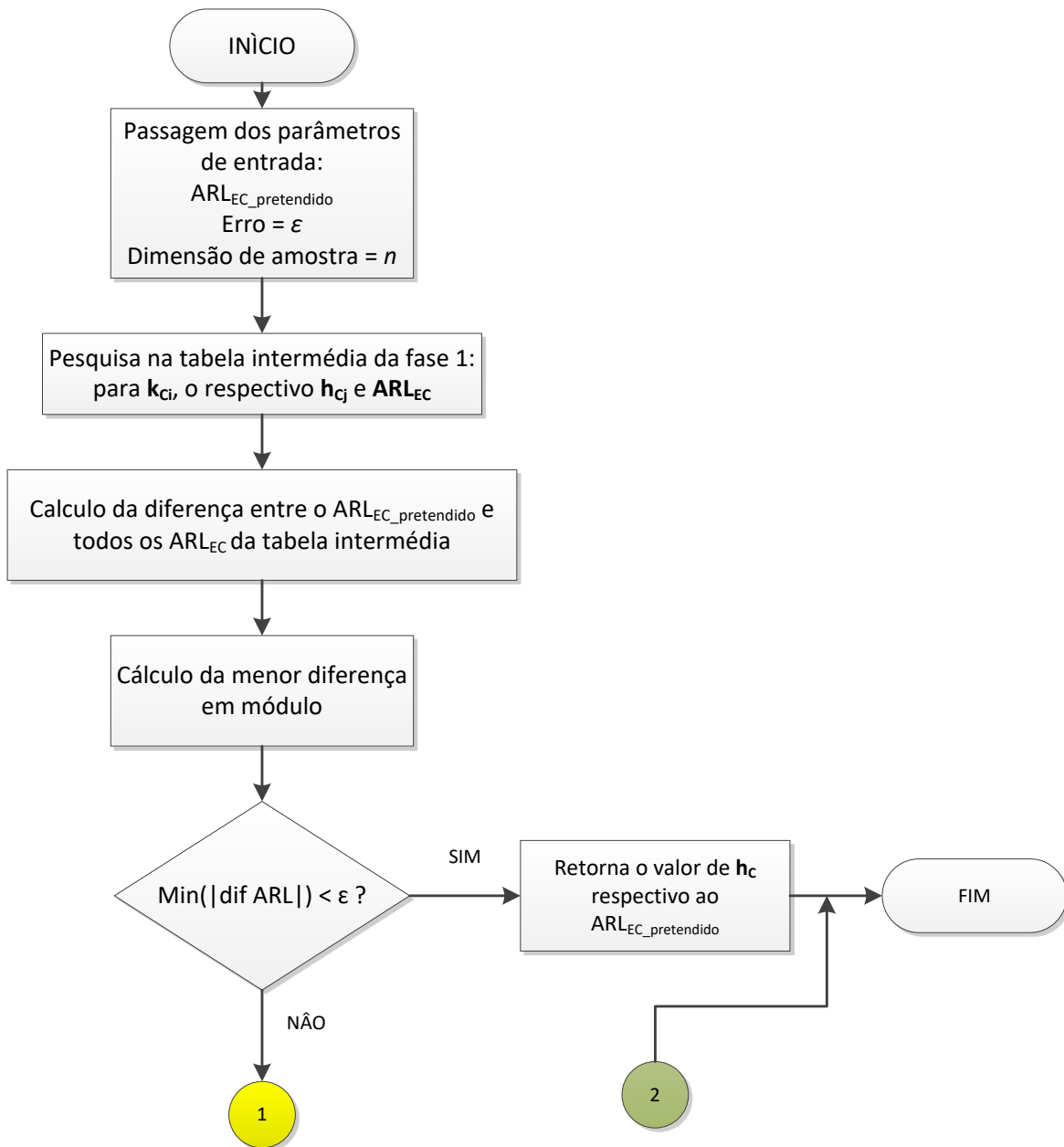


Figura 3.24 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 1 de 2)

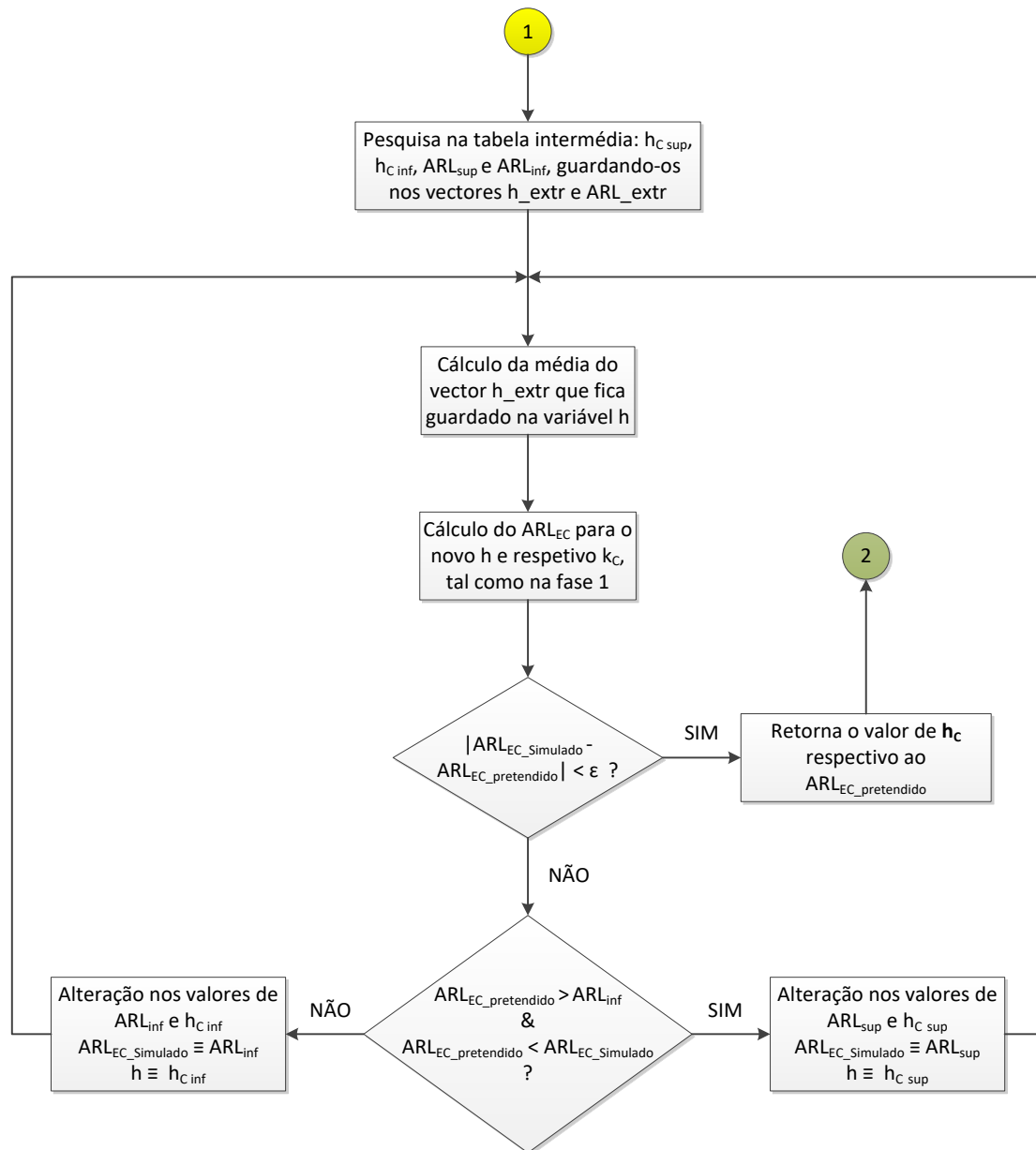


Figura 3.25 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de aumentos na variância do processo (Parte 2 de 2)

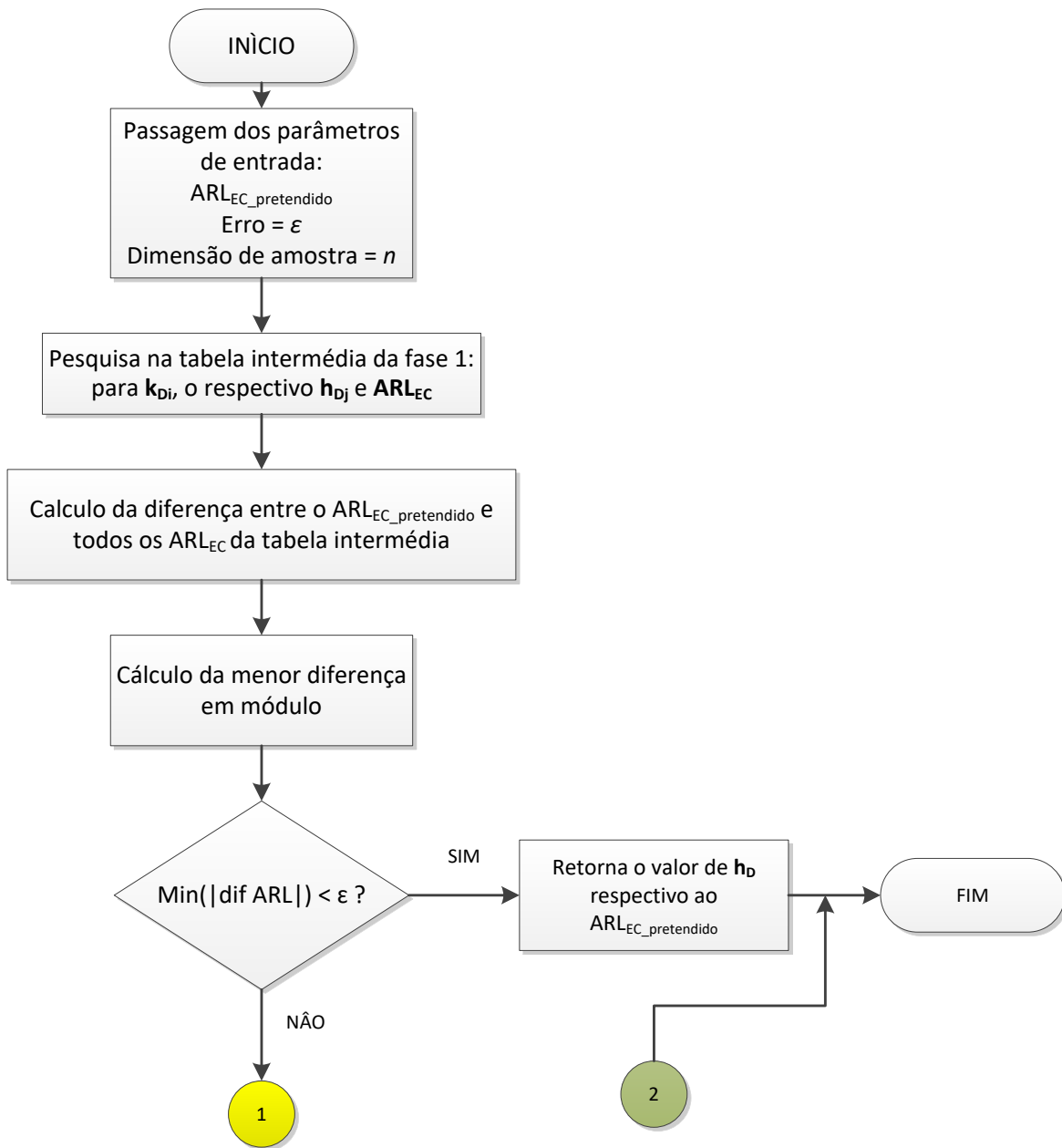


Figura 3.26 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 1 de 2)

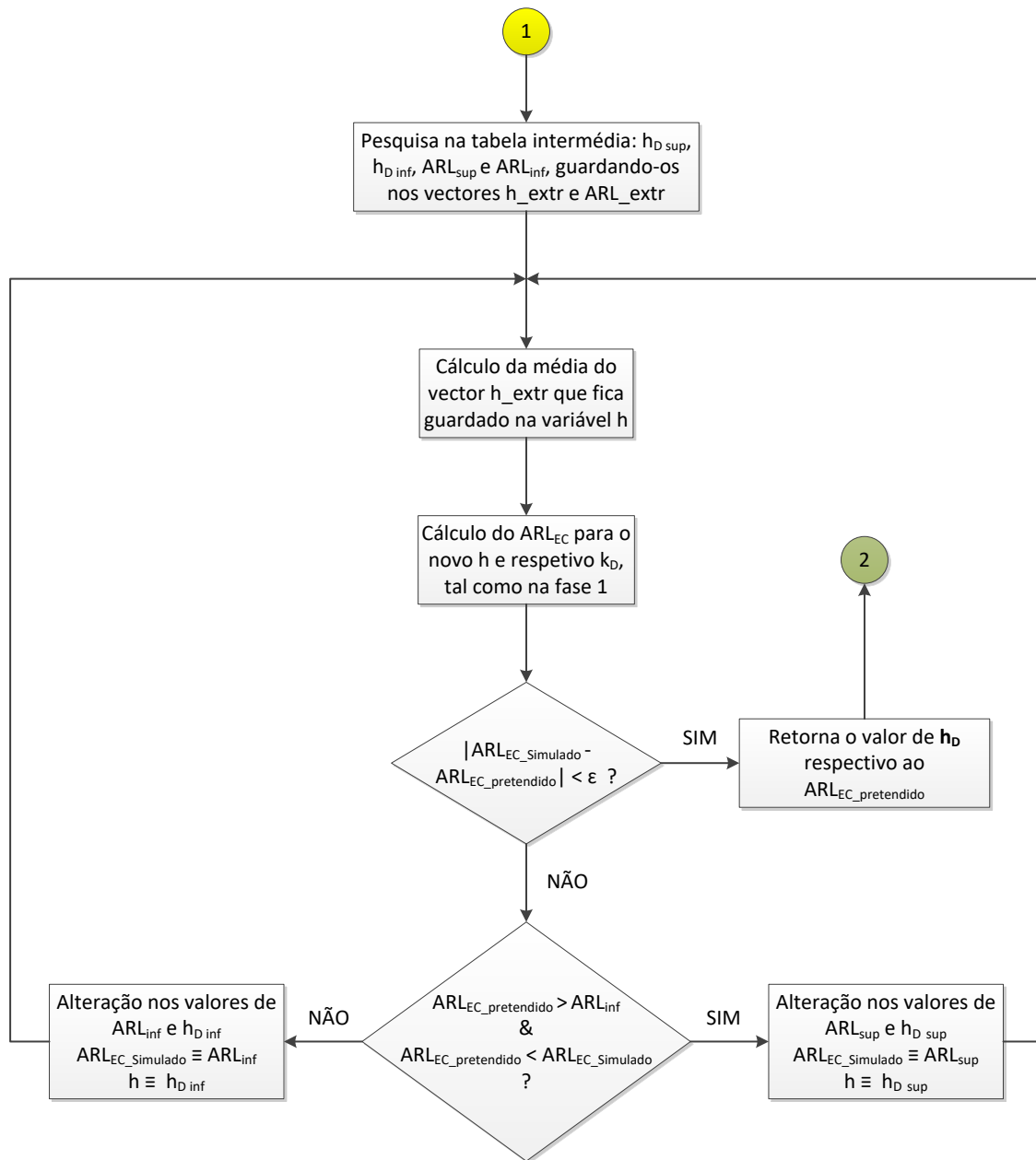


Figura 3.27 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 2 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  na detecção de decréscimos na variância do processo (Parte 2 de 2)

Cada um dos fluxogramas apresentados (figura 3.24 à figura 3.27) demonstram como são calculados os valores de  $h_C$  e  $h_D$  em função dos diferentes pares  $(ARL_{EC}; k_C)$  e  $(ARL_{EC}; k_D)$ .

Os valores de  $k_C$  e  $k_D$  foram definidos tendo em conta as tabelas geradas na fase 1. Em relação aos valores de  $ARL_{EC}$ , o objetivo, como já foi dito anteriormente, passava por escolher uma gama de valores que pudessem ser aplicados na maioria dos estudos.

Por fim, o valor do erro entre o  $ARL_{EC}$  e o  $ARL_{EC\_SIMULADO}$  foi de 2, tal como já tinha sido utilizado na fase 2 da carta *CUSUM*, pois considera-se que o valor apresenta um grau elevado de fiabilidade.

Dito isto, aplicando o algoritmo descrito acima nos fluxogramas, obtém-se os resultados referentes a esta fase 2 da metodologia. Os resultados são apresentados de duas maneiras distintas, as tabelas apresentam os valores de  $h_C$  e  $h_D$  em função do  $ARL_{EC\_PRETENDIDO}$  e de  $k_C$  e  $k_D$ , respectivamente. Além das tabelas, pela primeira vez, os resultados são apresentados sob a forma de ábacos, onde é possível determinar os parâmetros  $(k_C, h_C)$  e  $(k_D, h_D)$  para os vários valores de  $ARL_{EC\_PRETENDIDO}$

### 3.2.1.1 RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 2

Tabela 3.16 - Tabela de  $h_C$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_C$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																	
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9	1
ARL	100	2,750	2,438	2,188	1,975	1,775	1,600	1,450	1,313	1,188	1,088	0,988	0,900	0,825	0,750	0,688	0,563	0,444	0,338
	250	3,594	3,188	2,828	2,531	2,273	2,047	1,850	1,675	1,516	1,375	1,256	1,144	1,050	0,963	0,884	0,744	0,619	0,506
	370	3,969	3,508	3,117	2,777	2,492	2,240	2,023	1,831	1,659	1,509	1,372	1,253	1,144	1,050	0,966	0,817	0,688	0,569
	500	4,260	3,758	3,328	2,969	2,656	2,391	2,158	1,950	1,772	1,609	1,464	1,334	1,219	1,117	1,028	0,872	0,737	0,618
	1000	4,930	4,340	3,835	3,414	3,051	2,738	2,471	2,232	2,027	1,841	1,677	1,528	1,395	1,276	1,171	0,994	0,848	0,721

Tabela 3.17 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																		
		0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25
ARL	100	9,000	7,625	6,500	5,750	5,250	4,750	4,375	4,063	3,750	3,563	3,350	3,200	3,000	2,900	2,750	2,650	2,500	2,450	2,350
	250	15,750	12,000	9,750	8,313	7,313	6,531	5,938	5,469	5,094	4,750	4,469	4,234	4,031	3,844	3,672	3,531	3,375	3,250	3,150
	370	20,000	14,375	11,438	9,547	8,281	7,375	6,656	6,109	5,656	5,289	4,969	4,688	4,461	4,250	4,063	3,906	3,750	3,609	3,488
	500	24,000	16,500	12,688	10,500	9,063	8,000	7,219	6,609	6,109	5,688	5,352	5,063	4,797	4,578	4,375	4,203	4,031	3,891	3,758
	1000	37,000	22,000	16,000	12,875	10,906	9,531	8,547	7,766	7,156	6,656	6,250	5,883	5,586	5,320	5,090	4,883	4,703	4,529	4,375

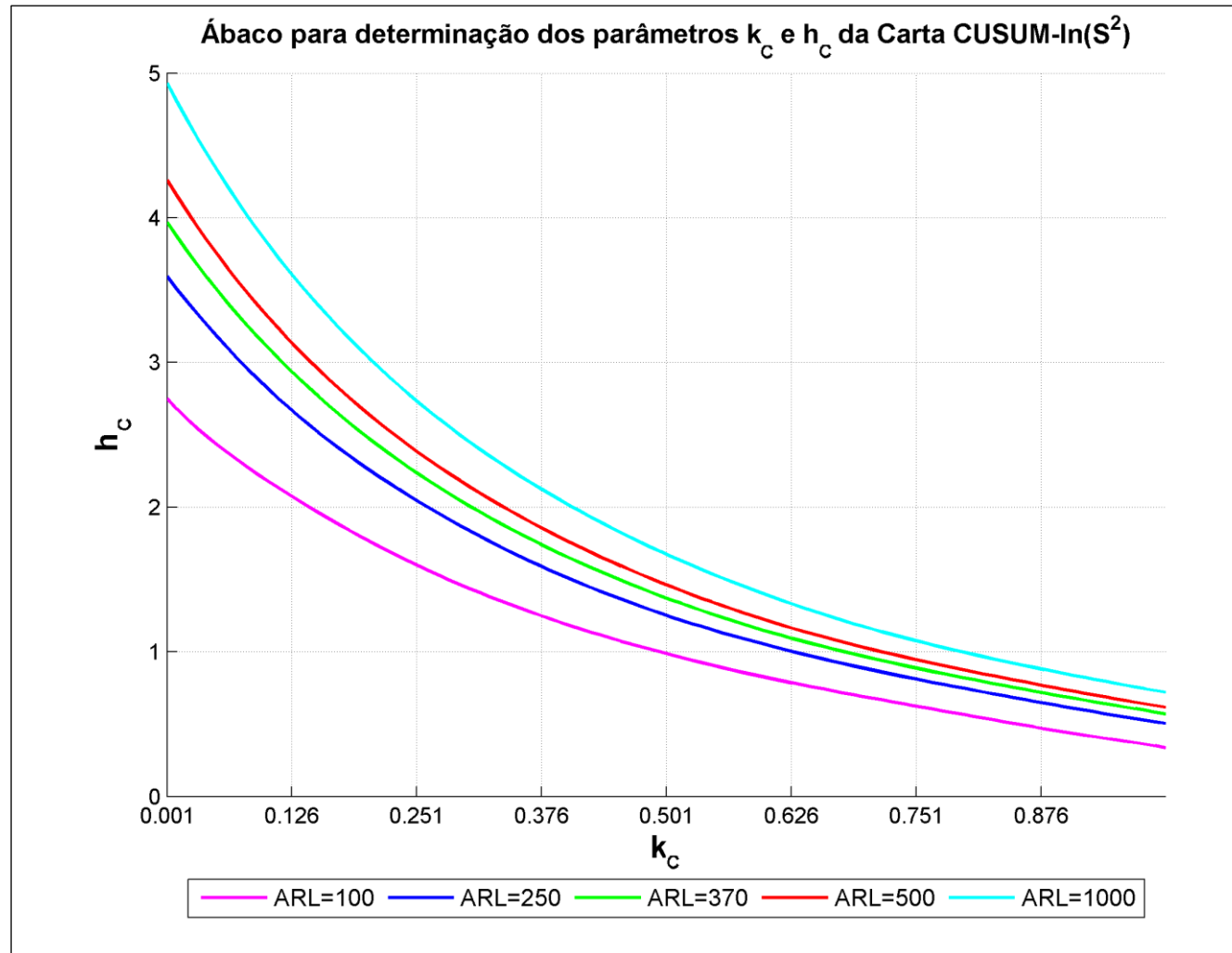


Figura 3.28 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA CUSUM-In( $S^2$ ) – FASE 2

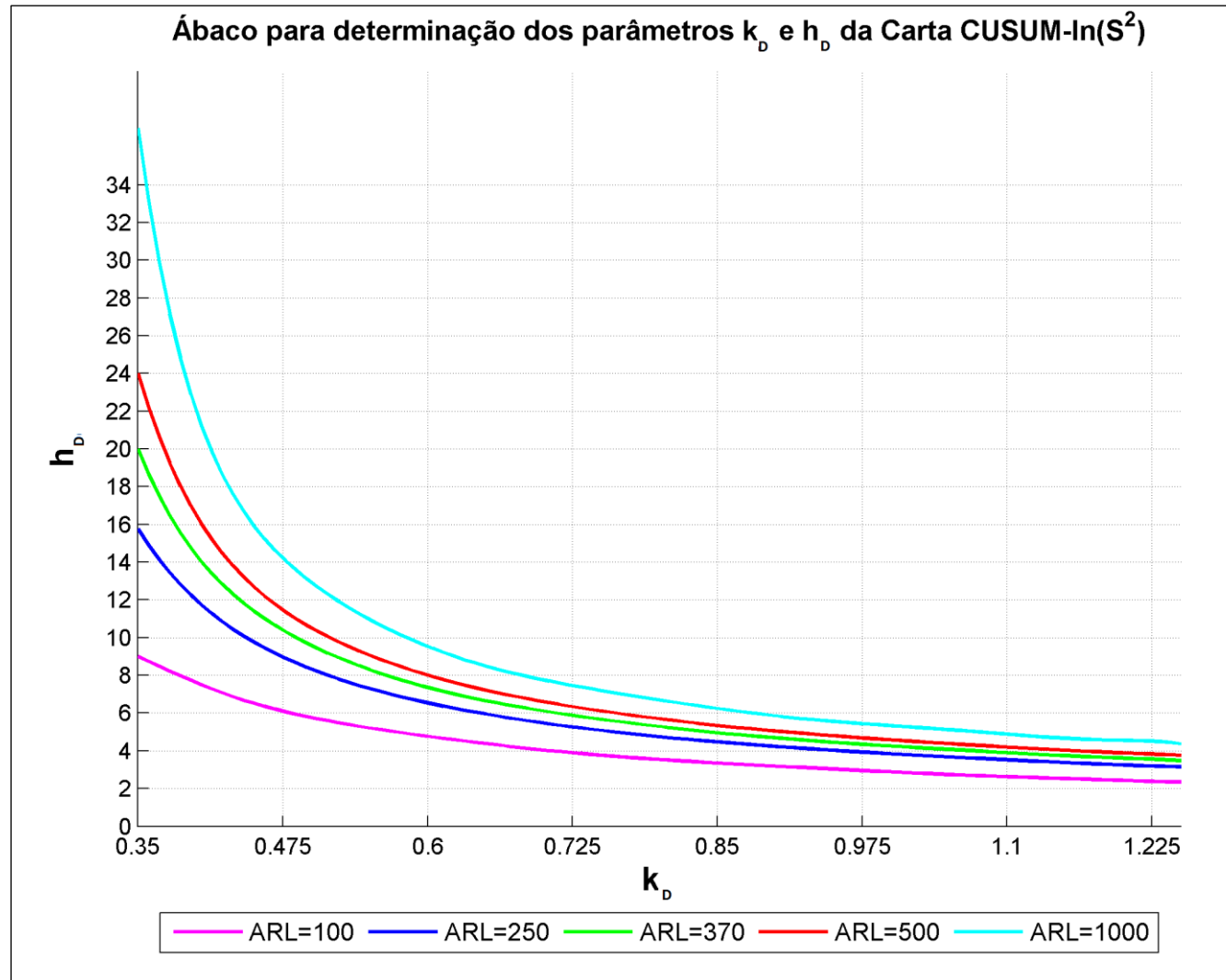


Figura 3.29 - Valores de  $h_d$  e  $k_d$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2



Tabela 3.18 - Tabela de  $h_c$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_c$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																	
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9	1
ARL	100	2,500	2,125	1,825	1,600	1,388	1,225	1,075	0,963	0,856	0,763	0,688	0,613	0,544	0,485	0,425	0,311	0,206	0,106
	250	3,300	2,794	2,378	2,056	1,794	1,569	1,384	1,225	1,091	0,975	0,875	0,788	0,709	0,639	0,574	0,455	0,348	0,241
	370	3,663	3,081	2,619	2,261	1,963	1,719	1,516	1,341	1,191	1,066	0,955	0,860	0,777	0,703	0,634	0,512	0,400	0,295
	500	3,944	3,313	2,808	2,416	2,097	1,838	1,616	1,431	1,272	1,134	1,017	0,916	0,827	0,750	0,679	0,553	0,440	0,334
	1000	4,621	3,843	3,244	2,780	2,406	2,103	1,852	1,640	1,457	1,299	1,163	1,045	0,944	0,856	0,778	0,644	0,526	0,418

Tabela 3.19 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																						
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35
ARL	100	5,188	4,250	3,688	3,200	2,875	2,600	2,375	2,200	2,050	1,900	1,775	1,675	1,575	1,500	1,400	1,325	1,250	1,188	1,125	1,063	1,000	0,938	0,875
	250	7,938	6,188	5,109	4,391	3,875	3,475	3,163	2,900	2,688	2,513	2,356	2,219	2,100	1,994	1,894	1,800	1,719	1,638	1,563	1,500	1,431	1,369	1,300
	370	9,375	7,094	5,766	4,922	4,313	3,856	3,500	3,213	2,975	2,775	2,606	2,456	2,325	2,206	2,100	2,000	1,919	1,831	1,756	1,681	1,613	1,547	1,481
	500	10,625	7,828	6,297	5,336	4,654	4,148	3,761	3,450	3,194	2,981	2,800	2,638	2,500	2,375	2,264	2,162	2,066	1,981	1,900	1,825	1,753	1,688	1,619
	1000	13,750	9,625	7,559	6,311	5,459	4,852	4,383	4,004	3,703	3,456	3,240	3,058	2,900	2,761	2,631	2,519	2,417	2,322	2,233	2,152	2,077	2,003	1,931

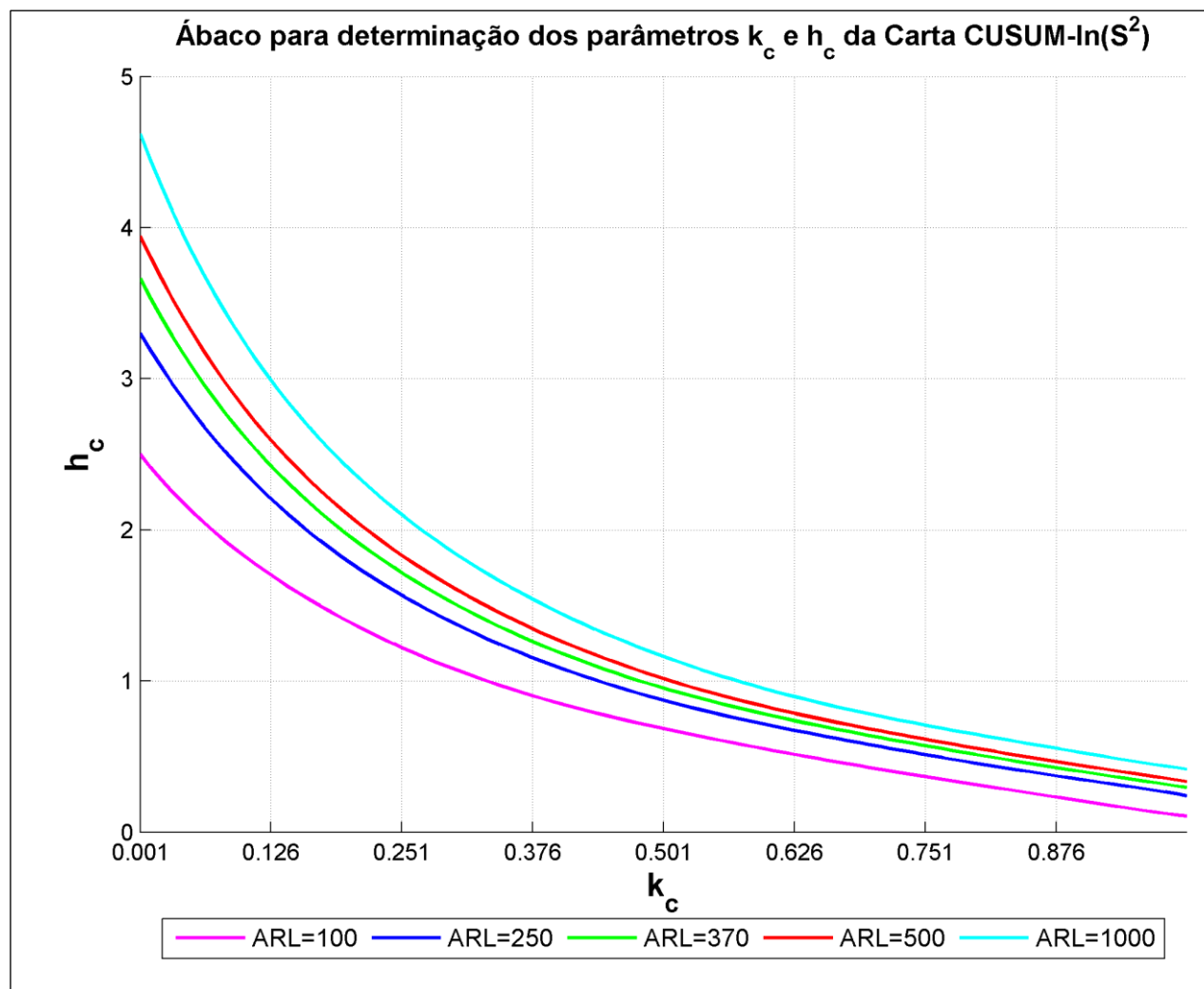


Figura 3.30 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

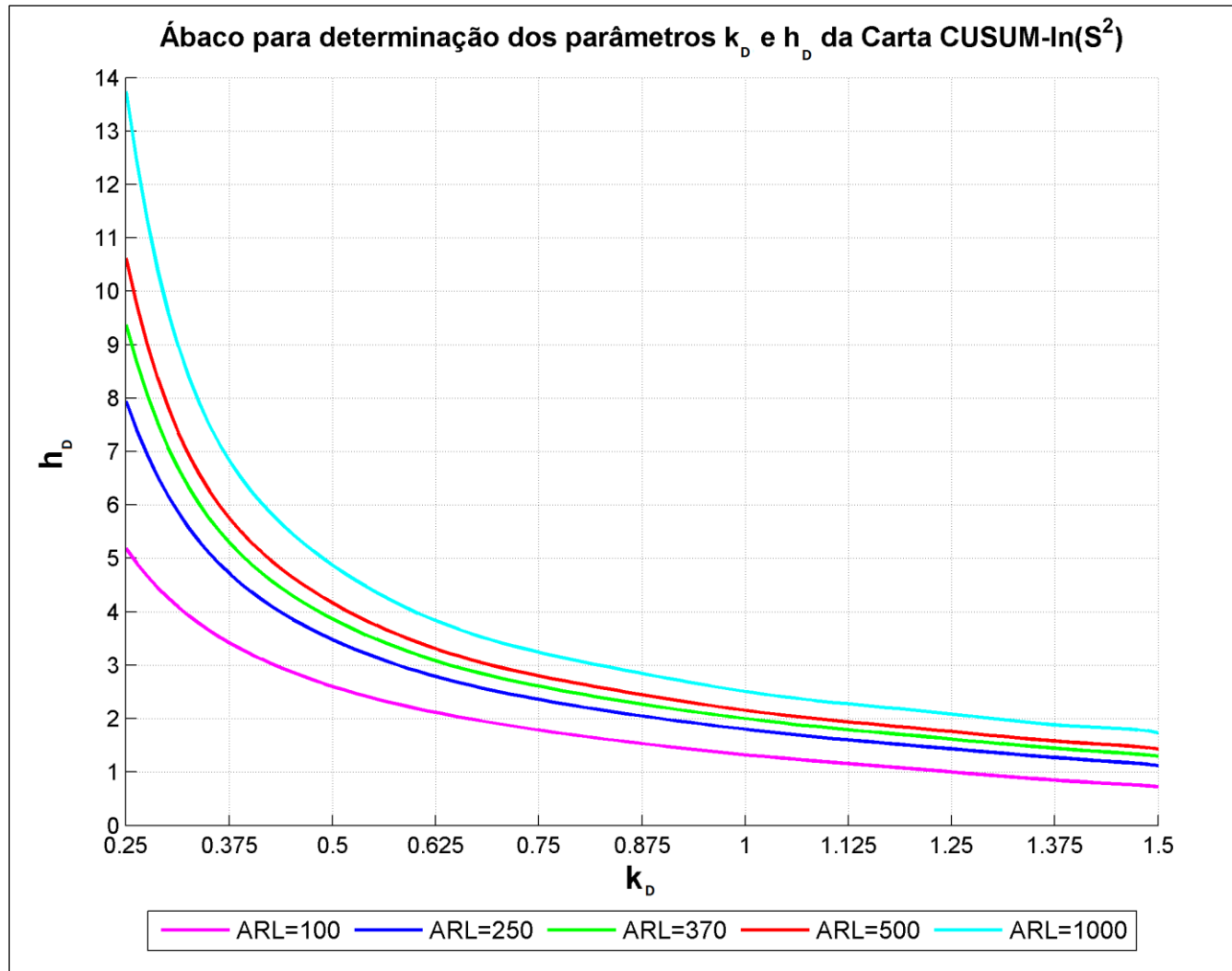


Figura 3.31 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

Tabela 3.20 - Tabela de  $h_C$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_C$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																			
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9	1		
ARL	100	2,375	2,000	1,703	1,453	1,266	1,094	0,963	0,850	0,750	0,663	0,588	0,519	0,456	0,400	0,344	0,234	0,131	0,032		
	250	3,195	2,641	2,219	1,883	1,625	1,406	1,231	1,078	0,956	0,850	0,758	0,678	0,606	0,541	0,480	0,367	0,261	0,159		
	370	3,551	2,914	2,438	2,070	1,779	1,543	1,348	1,182	1,045	0,928	0,828	0,741	0,667	0,597	0,534	0,419	0,311	0,208		
	500	3,828	3,137	2,617	2,215	1,900	1,648	1,438	1,262	1,114	0,988	0,882	0,791	0,711	0,639	0,574	0,456	0,348	0,245		
	1000	4,500	3,648	3,019	2,549	2,184	1,887	1,647	1,445	1,276	1,131	1,007	0,902	0,813	0,733	0,663	0,539	0,428	0,322		

Tabela 3.21 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																						
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35
ARL	100	3,875	3,250	2,825	2,500	2,225	2,025	1,850	1,713	1,575	1,475	1,375	1,288	1,213	1,138	1,063	1,000	0,925	0,875	0,813	0,750	0,700	0,650	0,588
	250	5,625	4,531	3,828	3,338	2,963	2,675	2,444	2,250	2,091	1,953	1,831	1,725	1,625	1,538	1,456	1,381	1,313	1,244	1,181	1,116	1,056	1,000	0,944
	370	6,469	5,125	4,281	3,711	3,288	2,963	2,700	2,488	2,309	2,156	2,025	1,909	1,806	1,709	1,625	1,544	1,470	1,400	1,331	1,269	1,206	1,147	1,091
	500	7,156	5,594	4,648	4,000	3,539	3,175	2,900	2,669	2,475	2,316	2,175	2,050	1,941	1,844	1,756	1,669	1,592	1,520	1,450	1,388	1,325	1,263	1,203
	1000	8,816	6,704	5,482	4,688	4,121	3,693	3,363	3,091	2,868	2,678	2,519	2,378	2,256	2,146	2,047	1,956	1,875	1,795	1,722	1,652	1,586	1,522	1,461

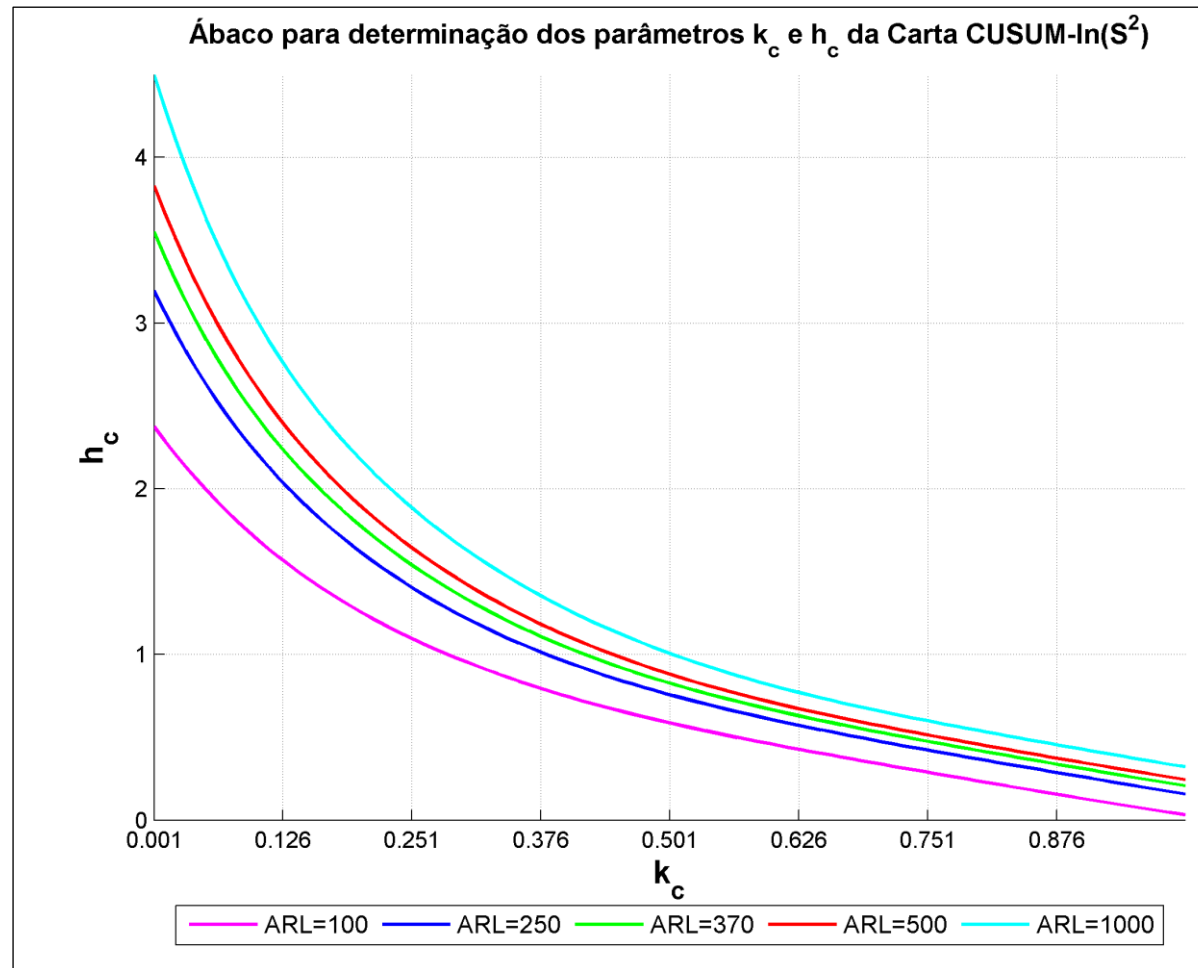


Figura 3.32 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

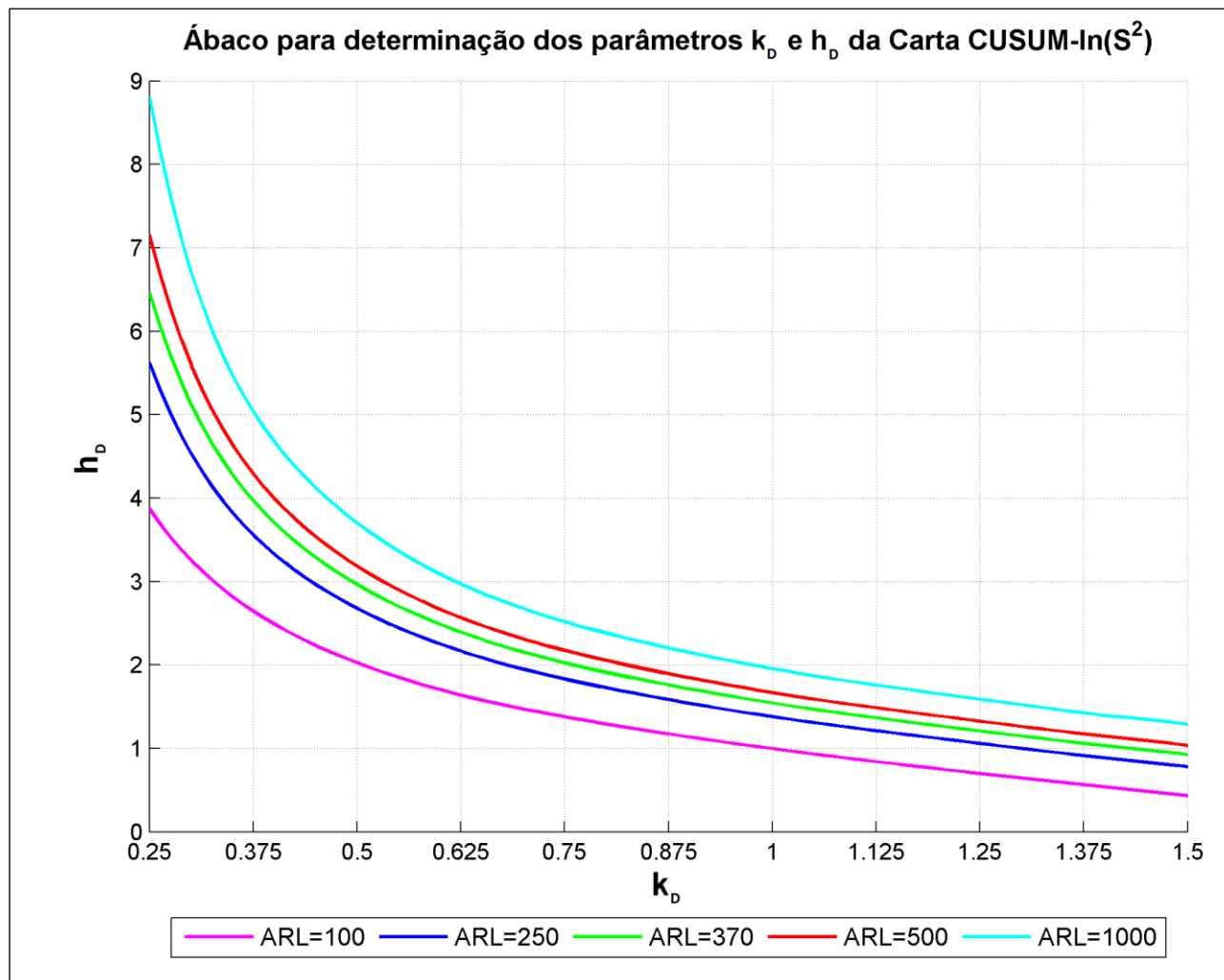


Figura 3.33 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

Tabela 3.22 - Tabela de  $h_C$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_C$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S_2)$  – FASE 2

		k																
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9
ARL	100	2,313	1,906	1,594	1,344	1,156	1,000	0,863	0,763	0,669	0,588	0,516	0,450	0,388	0,331	0,275	0,175	0,069
	250	3,094	2,508	2,070	1,742	1,484	1,281	1,106	0,969	0,850	0,752	0,666	0,594	0,525	0,464	0,406	0,297	0,192
	370	3,453	2,781	2,285	1,914	1,629	1,400	1,213	1,057	0,929	0,820	0,730	0,650	0,581	0,516	0,456	0,345	0,240
	500	3,734	2,984	2,447	2,047	1,742	1,494	1,293	1,129	0,991	0,875	0,778	0,694	0,620	0,554	0,492	0,381	0,275
	1000	4,389	3,477	2,828	2,357	1,995	1,712	1,482	1,294	1,134	1,000	0,888	0,793	0,711	0,639	0,574	0,457	0,350

Tabela 3.23 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																									
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5
ARL	100	3,100	2,650	2,300	2,025	1,825	1,650	1,500	1,400	1,288	1,200	1,113	1,025	0,963	0,900	0,825	0,775	0,713	0,653	0,606	0,550	0,494	0,438	0,381	0,334	0,288	0,231
	250	4,375	3,594	3,063	2,688	2,400	2,169	1,988	1,831	1,700	1,584	1,481	1,394	1,313	1,238	1,163	1,094	1,031	0,975	0,913	0,856	0,800	0,744	0,691	0,639	0,588	0,534
	370	4,969	4,031	3,413	2,975	2,650	2,400	2,191	2,019	1,875	1,750	1,644	1,547	1,456	1,375	1,306	1,231	1,169	1,105	1,044	0,988	0,928	0,872	0,819	0,763	0,713	0,658
	500	5,422	4,357	3,688	3,200	2,850	2,572	2,350	2,169	2,016	1,878	1,766	1,663	1,571	1,488	1,409	1,338	1,272	1,206	1,144	1,084	1,025	0,972	0,916	0,861	0,809	0,756
	1000	6,547	5,156	4,311	3,731	3,306	2,978	2,716	2,506	2,327	2,179	2,048	1,934	1,833	1,740	1,656	1,578	1,507	1,438	1,373	1,309	1,251	1,195	1,137	1,082	1,028	0,972

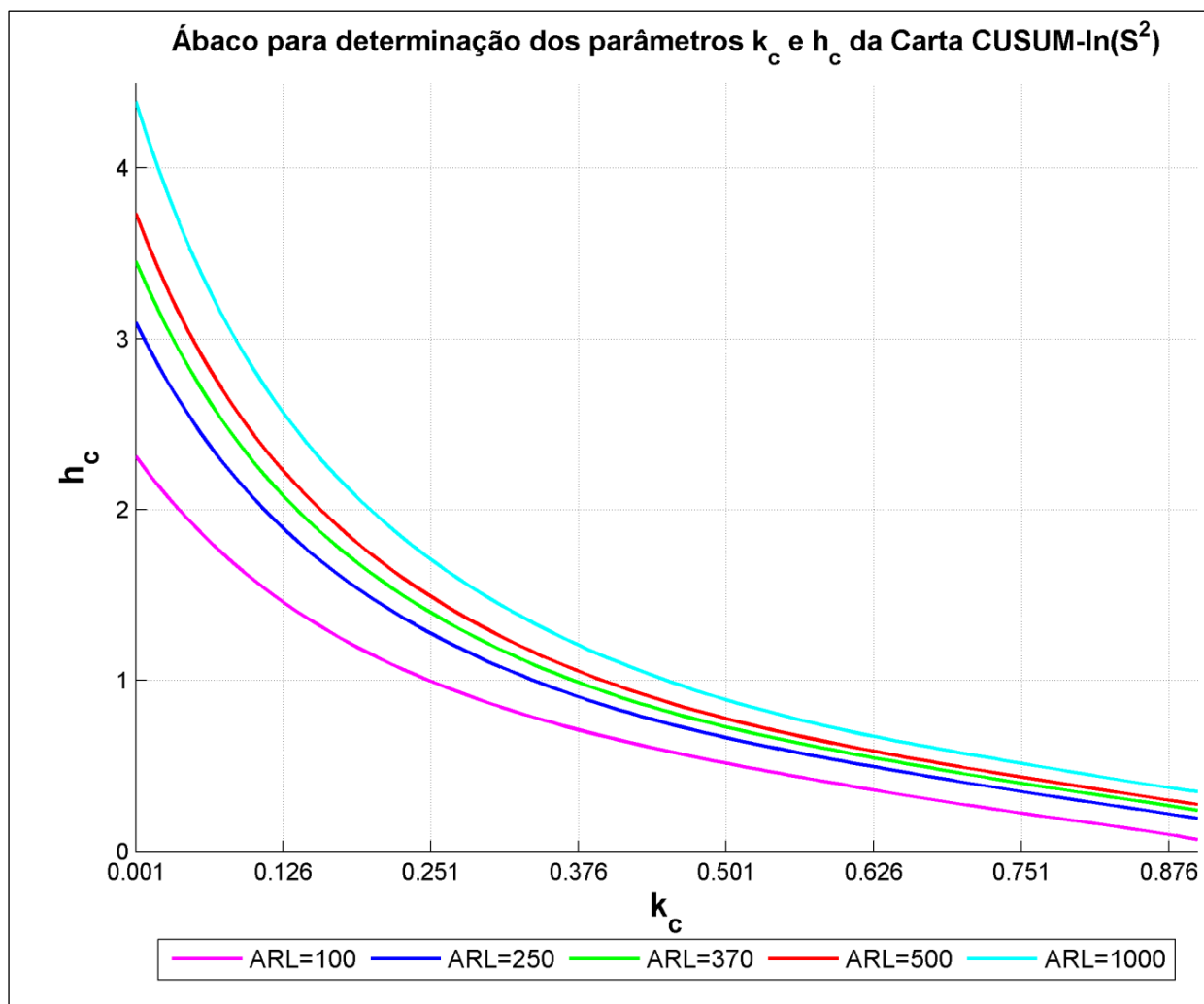


Figura 3.34 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2



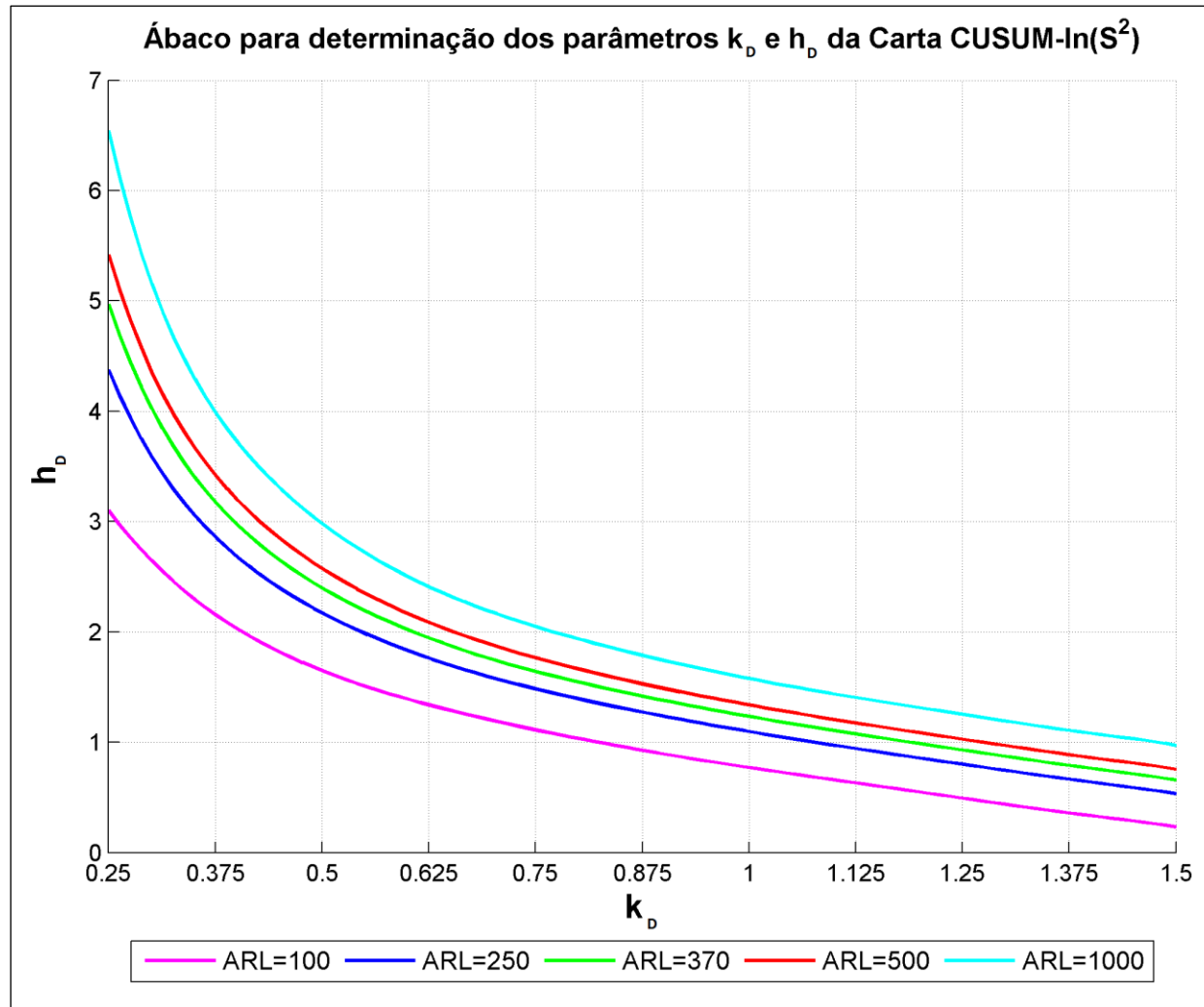


Figura 3.35 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

### 3.2.1.2 METODOLOGIA APLICADA NA CARTA *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)* – FASE 3

A última fase da metodologia consiste numa análise de sensibilidade que culmina com a obtenção dos valores finais de  $ARL_{FC}$ . O procedimento é muito semelhante ao aplicado na Fase 3 da Carta *CUSUM*, sendo que o algoritmo desenvolvido é uma adaptação do mesmo.

Tendo em conta as tabelas de resultados provenientes da Fase 2, para cada par ordenado  $(k, h)$  e respectivo  $ARL_{EC}$ , faz-se variar  $\delta$  que, neste caso, corresponde a uma alteração na dispersão do processo. Assim, são calculados novos valores de  $ARL_{EC}$  para todos os valores de  $\delta$ . No final da simulação, o algoritmo retorna os parâmetros  $h, k$  e  $\delta$  que produzem o  $ARL$  mínimo simulado,  $ARL_{FC}$ .



Figura 3.36 - Esquema representativo das variáveis de entrada e saída referente à fase 3 da metodologia - Carta *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*

De seguida estão apresentadas as variáveis de entrada:

Detecção de aumentos na dispersão do processo:

Pares ordenados  $(k_C, h_C)$  relativos à fase 2 do processo

$ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000]$

$\delta = [1,00; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2,0]$

$n = [4; 6; 7; 8]$

Detecção de decréscimos na variância do processo:

Pares ordenados  $(k_D, h_D)$  relativos à fase 2 do processo

$ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000]$

$\delta = [1,00; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5]$

$n = [4; 6; 7; 8]$

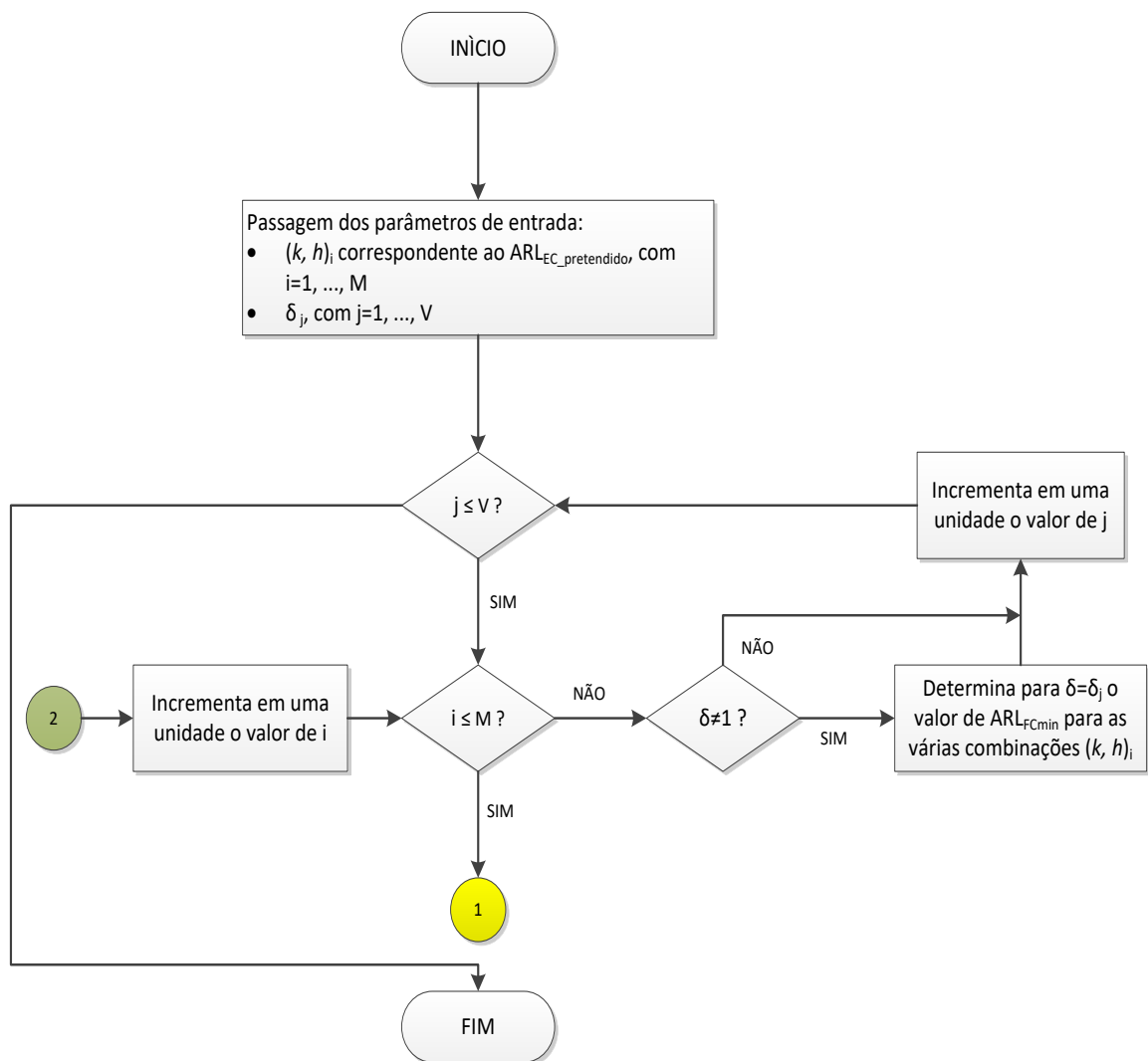


Figura 3.37 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  (Parte 1 de 2)

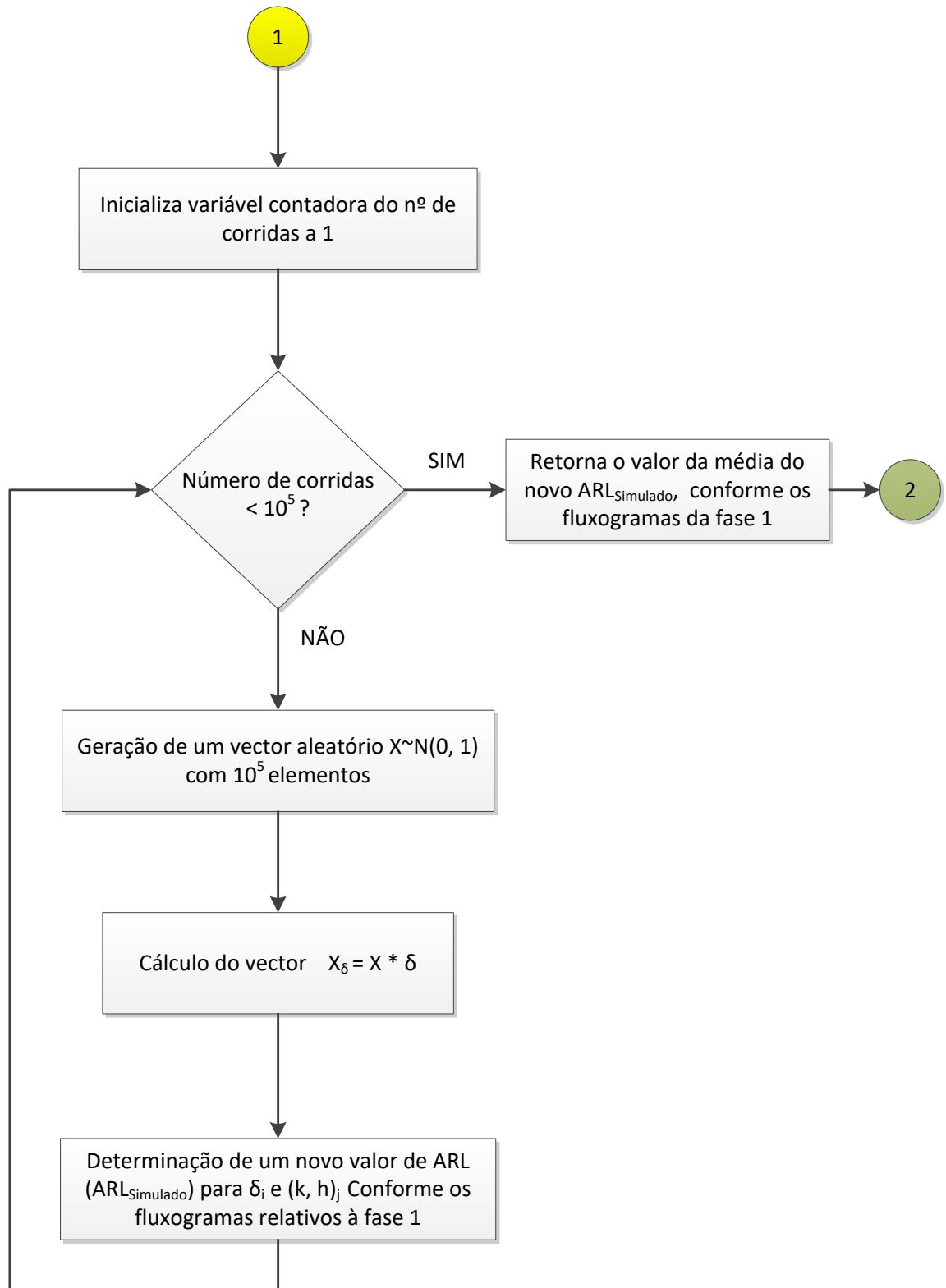


Figura 3.38 - Fluxograma referente ao algoritmo da fase 3 para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  (Parte 2 de 2)

### 3.2.1.3 RESULTADOS OBTIDOS PARA A CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$ – FASE 3

Tabela 3.24 – Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,036	0,181	0,306	0,410	0,495	0,559	0,603	0,627	0,642	0,660
	250	0,049	0,195	0,321	0,428	0,515	0,582	0,630	0,659	0,677	0,697
	370	0,056	0,204	0,332	0,442	0,533	0,606	0,659	0,693	0,709	0,710
	500	0,074	0,217	0,343	0,453	0,546	0,623	0,684	0,728	0,756	0,767
	1000	0,075	0,226	0,359	0,474	0,570	0,649	0,709	0,752	0,776	0,782

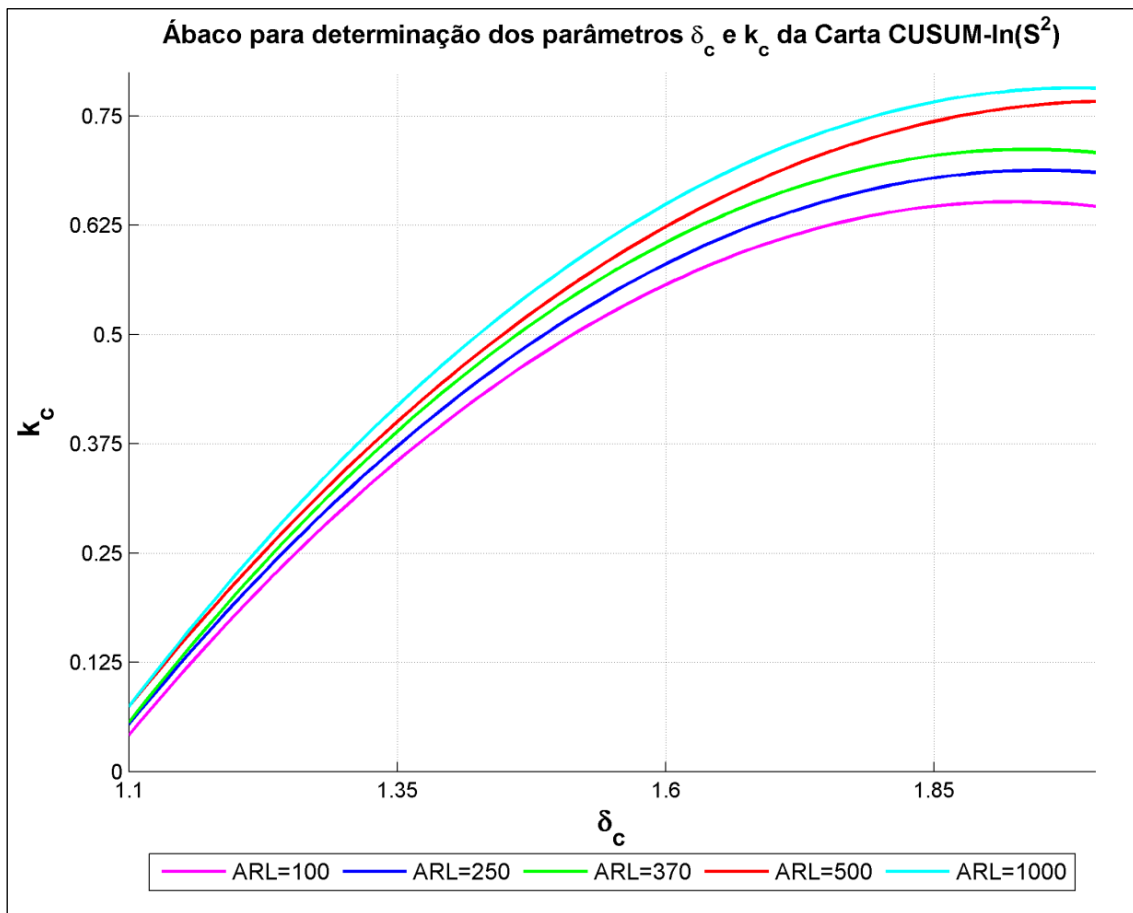


Figura 3.39 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

Tabela 3.25 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,445	0,53	0,615	0,7	0,78
	250	0,455	0,545	0,63	0,715	0,8
	370	0,47	0,56	0,65	0,735	0,825
	500	0,48	0,575	0,665	0,75	0,84
	1000	0,5	0,59	0,68	0,77	0,86

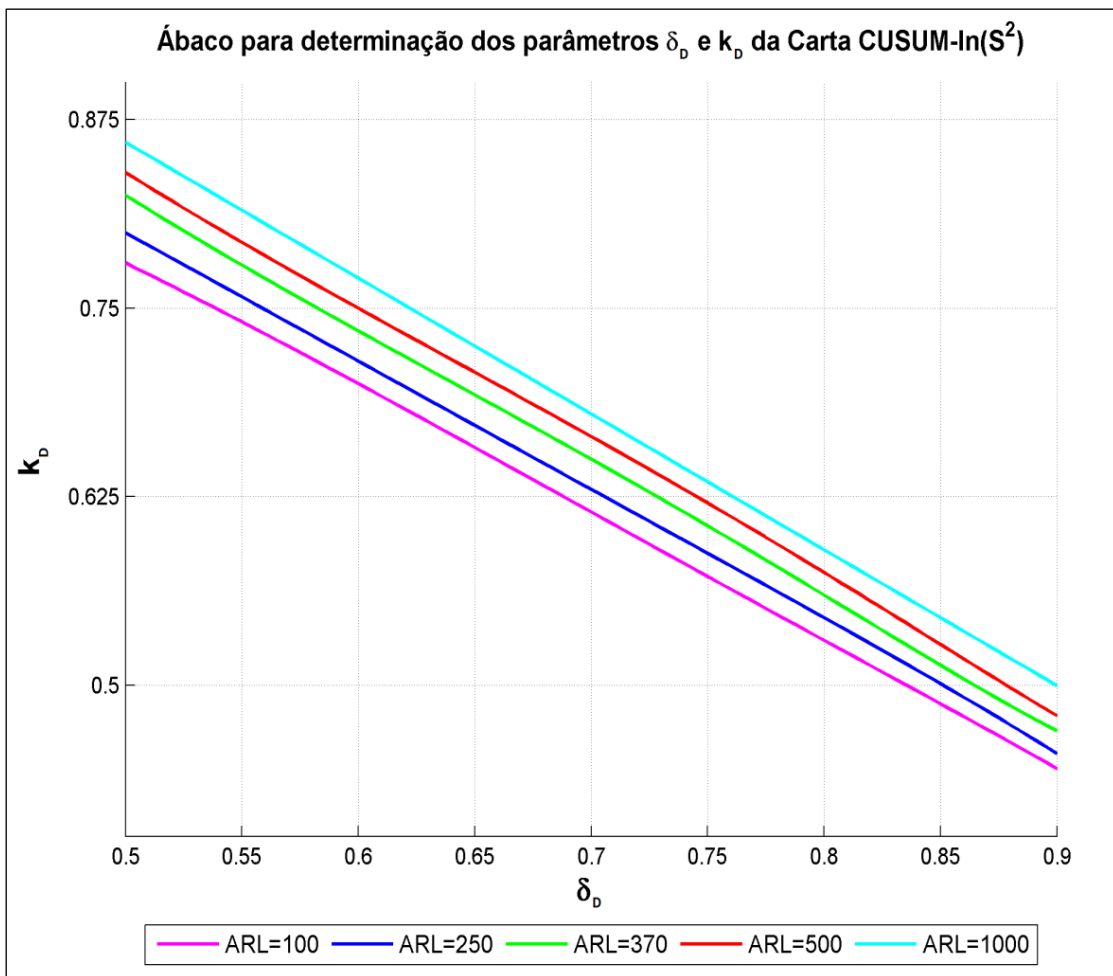


Figura 3.40 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

Tabela 3.26 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,001	0,12	0,22	0,324	0,398	0,47	0,515	0,551	0,5854	0,6052
	250	0,002	0,135	0,24	0,346	0,42	0,49	0,54	0,574	0,61	0,632
	370	0,0053	0,147	0,27	0,37	0,45	0,51	0,56	0,6	0,625	0,655
	500	0,0095	0,155	0,29	0,39	0,47	0,53	0,58	0,62	0,65	0,68
	1000	0,0124	0,16	0,31	0,41	0,49	0,55	0,61	0,65	0,68	0,7

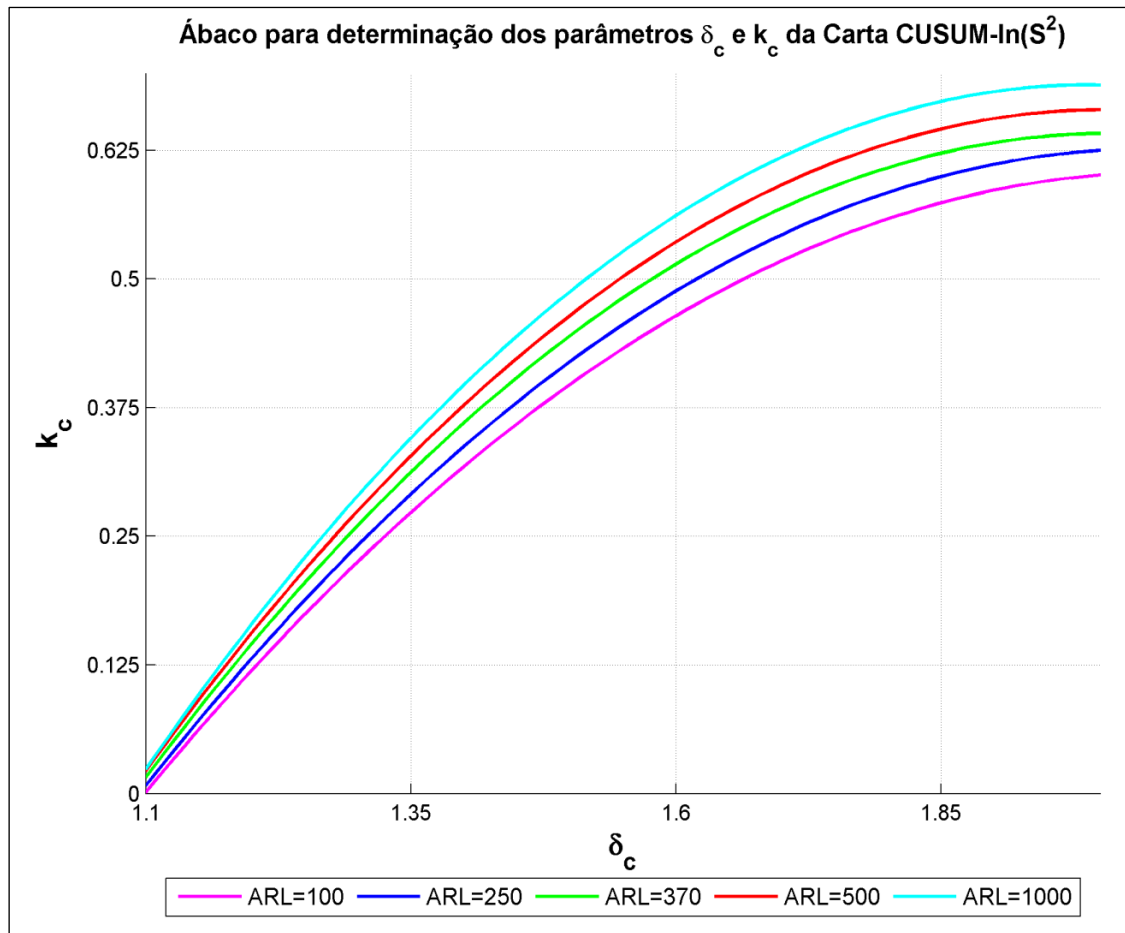


Figura 3.41 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

Tabela 3.27 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65
	250	0,265	0,365	0,467	0,57	0,67
	370	0,29	0,39	0,49	0,59	0,7
	500	0,315	0,415	0,515	0,615	0,72
	1000	0,335	0,435	0,535	0,64	0,75

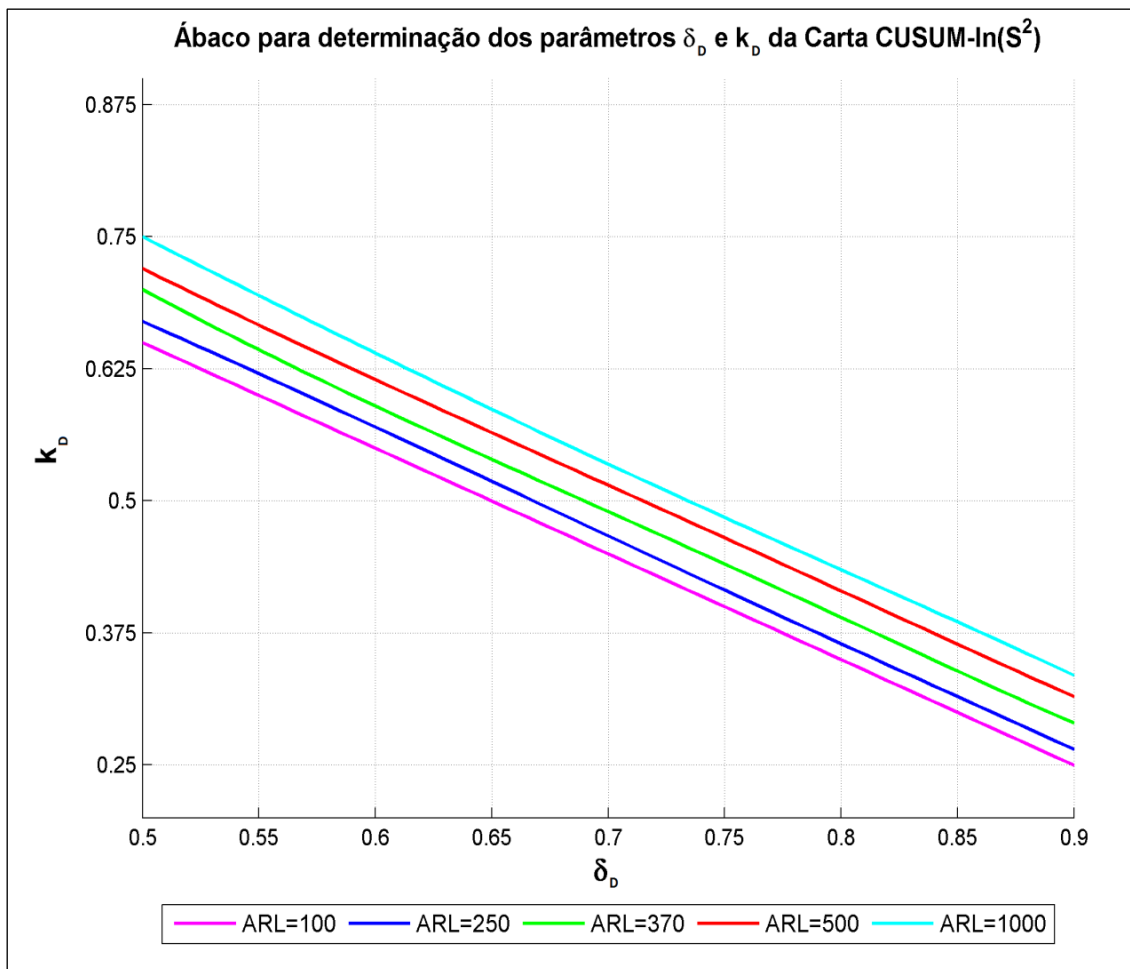


Figura 3.42 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3



Tabela 3.28 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,001	0,11	0,22	0,33	0,4	0,47	0,53	0,57	0,59	0,6
	250	0,0025	0,125	0,235	0,35	0,425	0,5	0,55	0,59	0,615	0,625
	370	0,0055	0,137	0,25	0,37	0,45	0,52	0,57	0,61	0,63	0,65
	500	0,01	0,15	0,265	0,385	0,47	0,54	0,59	0,63	0,65	0,67
	1000	0,011	0,16	0,28	0,4	0,49	0,56	0,61	0,65	0,67	0,69

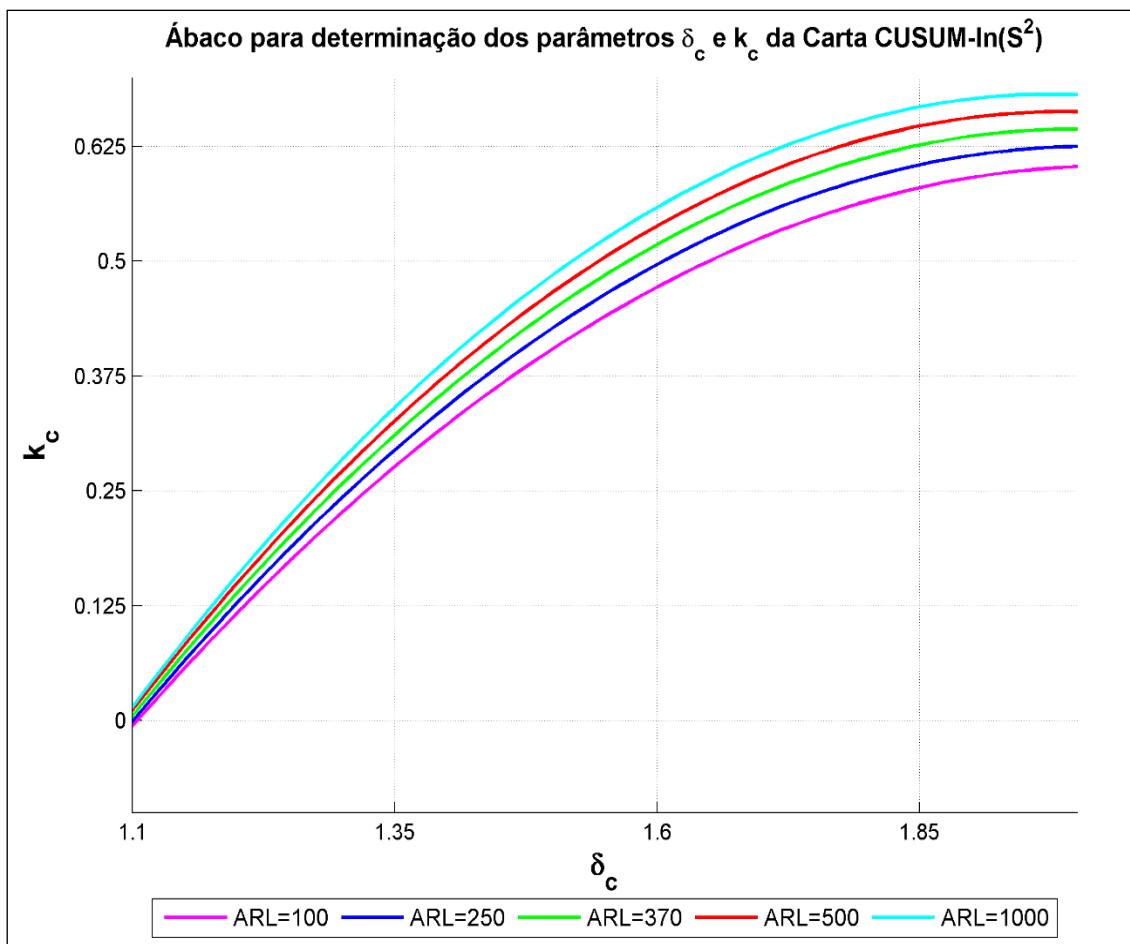


Figura 3.43 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

Tabela 3.29 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,2	0,31	0,425	0,55	0,68
	250	0,225	0,33	0,45	0,575	0,705
	370	0,25	0,355	0,47	0,6	0,73
	500	0,26	0,37	0,49	0,62	0,745
	1000	0,28	0,395	0,515	0,64	0,765

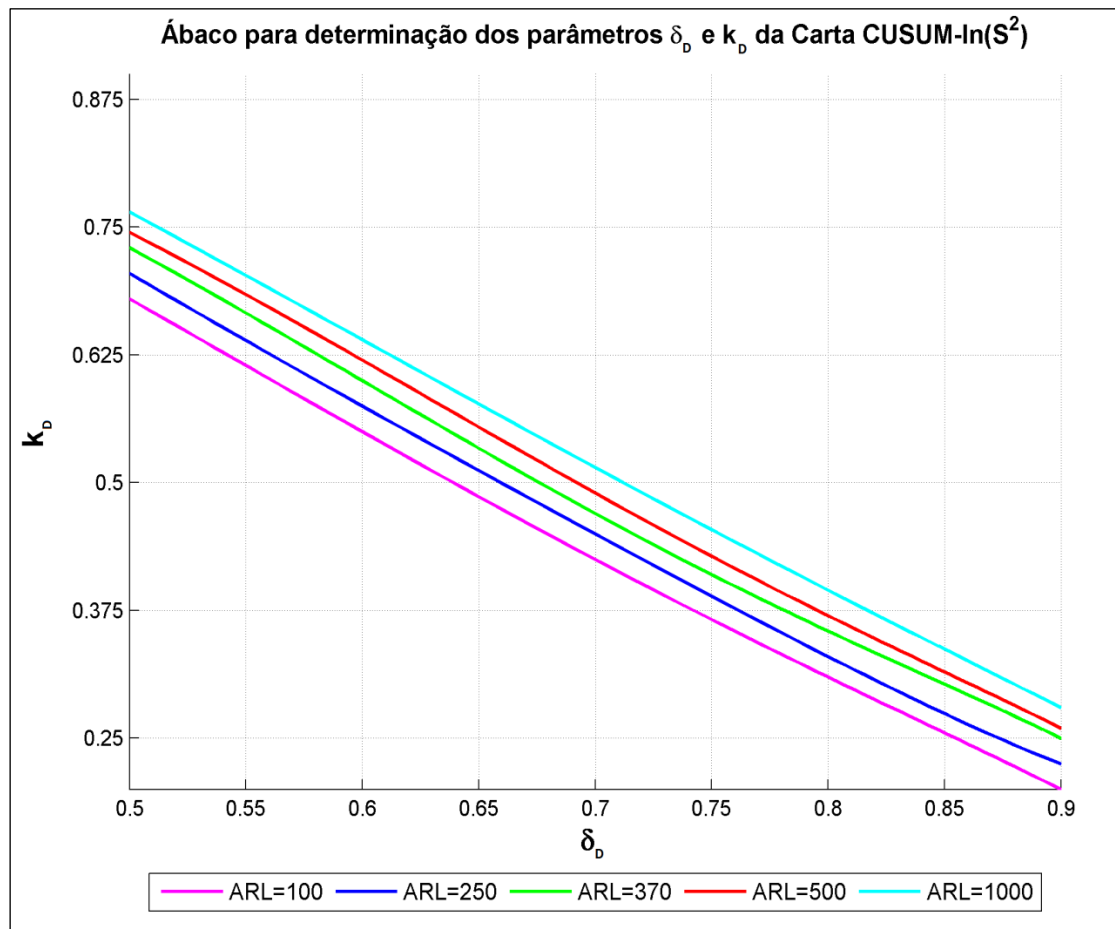


Figura 3.44 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

Tabela 3.30 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,001	0,1	0,2	0,28	0,35	0,42	0,475	0,51	0,535	0,55
	250	0,002	0,12	0,22	0,32	0,4	0,45	0,51	0,55	0,58	0,6
	370	0,005	0,13	0,235	0,345	0,425	0,47	0,53	0,57	0,6	0,62
	500	0,0075	0,14	0,25	0,35	0,44	0,5	0,555	0,6	0,625	0,65
	1000	0,01	0,15	0,27	0,38	0,47	0,54	0,6	0,645	0,675	0,7

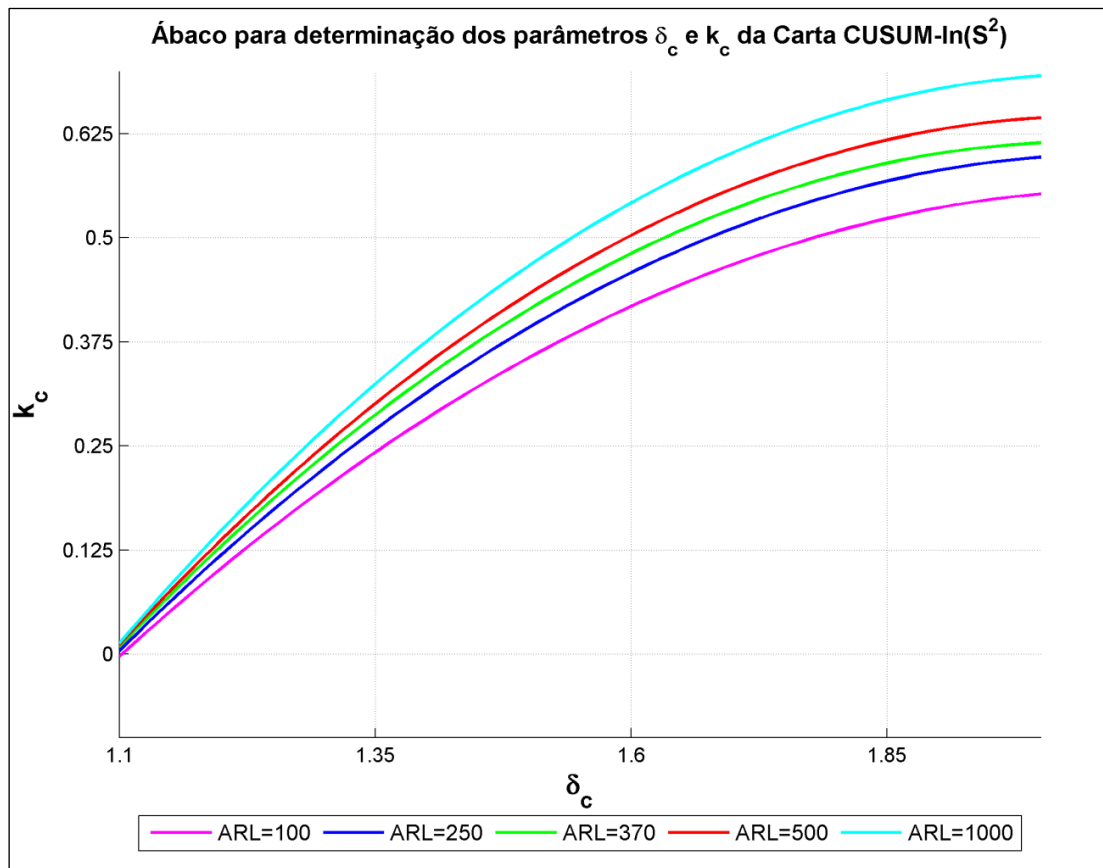


Figura 3.45 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

Tabela 3.31 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,2	0,31	0,42	0,54	0,65
	250	0,22	0,34	0,45	0,57	0,675
	370	0,23	0,35	0,46	0,58	0,68
	500	0,25	0,37	0,48	0,6	0,71
	1000	0,27	0,39	0,5	0,62	0,74

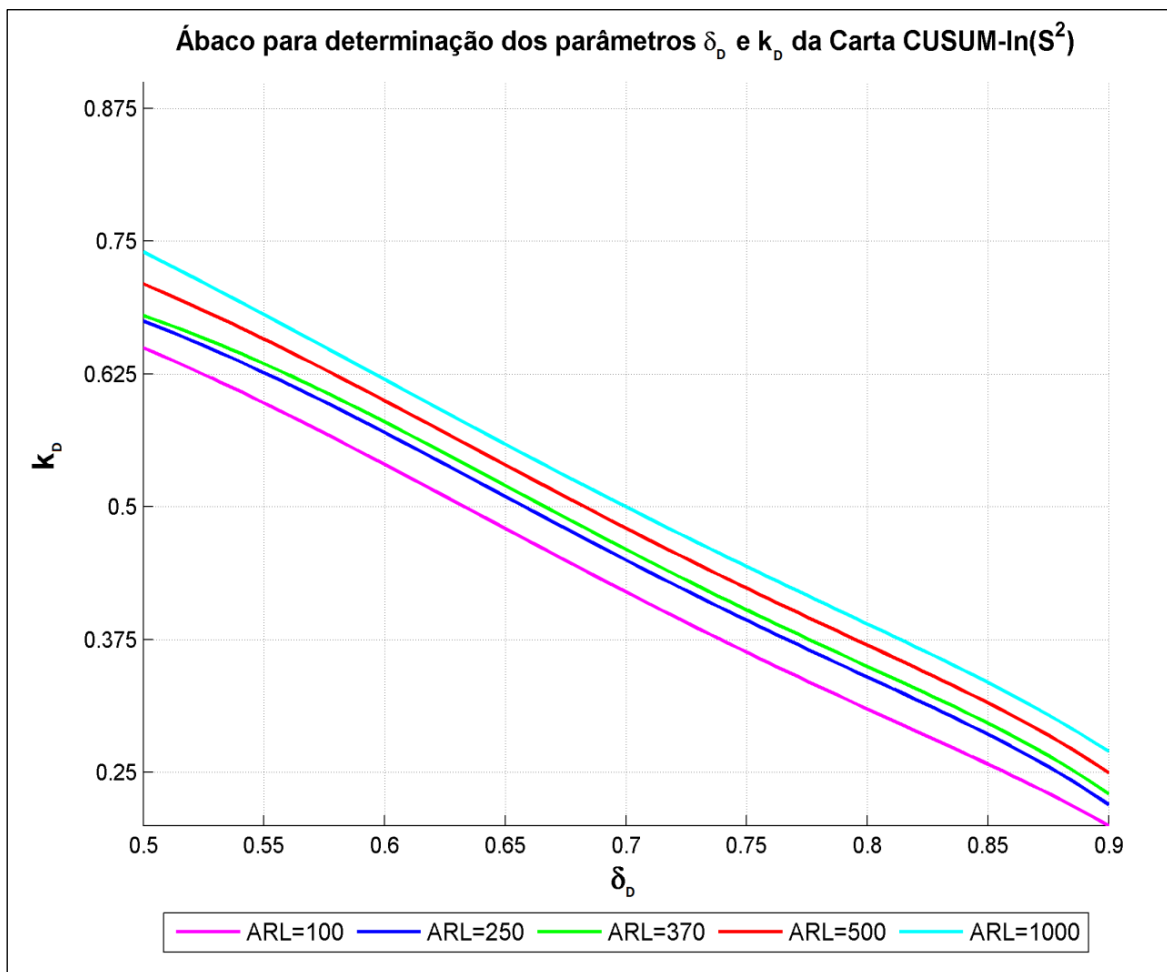


Figura 3.46 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

### 3.2.1.4 RESULTADOS FINAIS PARA A CARTA $CUSUM-\ln(S^2)$

Finalizada a fase 3, apresentam-se de seguida os Tabelas de resultados finais da presente dissertação.

Tabela 3.32 – Tabela de resultados finais obtida para estudos na detecção de aumento da dispersão do processo - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$

n	ARL		delta ( $\delta_c$ )									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
4	100	$k_{C\_optimo}$	0,0356	0,1808	0,3056	0,4103	0,4947	0,5588	0,6028	0,6265	0,6421	0,6601
		$h_{C\_optimo}$	2,4375	2,1875	1,1875	1,1875	0,9875	0,9000	0,9000	0,7500	0,9000	0,8250
		$ARL_{FC\_min}$	32,4347	16,1825	9,9632	6,8180	5,0924	4,0747	3,3659	2,9055	2,5637	2,2965
	250	$k_{C\_optimo}$	0,0489	0,1947	0,3209	0,4275	0,5147	0,5823	0,6303	0,6589	0,6774	0,6970
		$h_{C\_optimo}$	3,5938	2,5313	2,8281	1,1437	1,0500	1,1437	0,9625	0,9625	0,8844	0,8844
		$ARL_{FC\_min}$	57,9631	24,4607	14,0074	9,3142	6,6883	5,1409	4,1329	3,4587	3,0207	2,6598
	370	$k_{C\_optimo}$	0,0558	0,2035	0,3323	0,4422	0,5333	0,6055	0,6587	0,6931	0,7087	0,7100
		$h_{C\_optimo}$	3,9688	3,9688	2,7773	2,2402	1,3719	1,3719	1,1437	1,0500	0,9656	0,9656
		$ARL_{FC\_min}$	71,7483	28,6887	16,1867	10,4154	7,4091	5,6891	4,5431	3,7581	3,2114	2,8163
	500	$k_{C\_optimo}$	0,0744	0,2170	0,3432	0,4530	0,5463	0,6233	0,6838	0,7278	0,7555	0,7667
		$h_{C\_optimo}$	4,2598	4,2598	3,3281	2,1582	1,9500	1,3344	1,2188	1,0281	1,0281	0,8719
		$ARL_{FC\_min}$	84,9624	32,1628	17,6000	11,3375	8,0429	6,0480	4,8057	3,9871	3,3807	2,9821
	1000	$k_{C\_optimo}$	0,0745	0,2257	0,3588	0,4737	0,5704	0,6490	0,7094	0,7517	0,7758	0,7818
		$h_{C\_optimo}$	4,9297	4,9297	4,3398	3,0508	2,4707	1,3945	1,1709	1,2761	1,1709	0,9938
		$ARL_{FC\_min}$	124,9327	40,7394	21,5100	13,6597	9,5414	7,1269	5,5540	4,5247	3,8168	3,2992
6	100	$k_{C\_optimo}$	0,0010	0,1200	0,2200	0,3240	0,3980	0,4700	0,5150	0,5510	0,5854	0,6052
		$h_{C\_optimo}$	2,5000	1,3875	1,0750	0,8562	0,7625	0,6125	0,5438	0,6125	0,5438	0,4850
		$ARL_{FC\_min}$	25,3032	11,6913	6,9695	4,7901	3,5934	2,8779	2,4051	2,0819	1,8483	1,6805
	250	$k_{C\_optimo}$	0,0020	0,1350	0,2400	0,3460	0,4200	0,4900	0,5400	0,5740	0,6100	0,6320
		$h_{C\_optimo}$	3,3000	2,3781	1,7938	1,2250	0,9750	0,8750	0,7875	0,6391	0,5737	0,5737
		$ARL_{FC\_min}$	39,8696	16,5596	9,2669	6,1503	4,4547	3,4488	2,8497	2,4069	2,0911	1,8675
	370	$k_{C\_optimo}$	0,0053	0,1470	0,2700	0,3700	0,4500	0,5100	0,5600	0,6000	0,6250	0,6550
		$h_{C\_optimo}$	3,6625	2,6187	1,9625	1,1906	1,0656	1,0656	0,9547	0,7766	0,6344	0,7031
		$ARL_{FC\_min}$	48,6892	18,8601	10,4260	6,7453	4,8781	3,7423	3,0281	2,5438	2,2265	1,9827
	500	$k_{C\_optimo}$	0,0095	0,1550	0,2900	0,3900	0,4700	0,5300	0,5800	0,6200	0,6500	0,6800
		$h_{C\_optimo}$	3,9437	3,3125	2,0969	1,2719	1,4312	0,8273	0,7500	0,8273	0,7500	0,6785
		$ARL_{FC\_min}$	55,2399	20,7329	11,2826	7,2381	5,1926	3,9884	3,1937	2,6788	2,3045	2,0416
	1000	$k_{C\_optimo}$	0,0124	0,1600	0,3100	0,4100	0,4900	0,5500	0,6100	0,6500	0,6800	0,7000
		$h_{C\_optimo}$	4,6211	4,6211	2,7797	1,8516	1,4572	1,0453	0,9437	0,8562	0,9437	0,7781
		$ARL_{FC\_min}$	74,0240	24,9105	13,3529	8,4613	5,9676	4,4396	3,5577	2,9520	2,5202	2,2188
7	100	$k_{C\_optimo}$	0,0010	0,1100	0,2200	0,3300	0,4000	0,4700	0,5300	0,5700	0,5900	0,6000
		$h_{C\_optimo}$	2,3750	1,7031	1,0938	0,7500	0,6625	0,5875	0,5188	0,4563	0,5188	0,3438
		$ARL_{FC\_min}$	22,7558	10,3713	6,1357	4,2017	3,1256	2,5291	2,1077	1,8525	1,6571	1,5181
	250	$k_{C\_optimo}$	0,0025	0,1250	0,2350	0,3500	0,4250	0,5000	0,5500	0,5900	0,6150	0,6250
		$h_{C\_optimo}$	3,1953	2,2188	1,6250	1,0781	0,8500	0,7578	0,7578	0,6781	0,6062	0,4797
		$ARL_{FC\_min}$	35,3423	14,4205	8,1316	5,3375	3,8365	3,0076	2,4773	2,1280	1,8759	1,6841
	370	$k_{C\_optimo}$	0,0055	0,1370	0,2500	0,3700	0,4500	0,5200	0,5700	0,6100	0,6300	0,6500
		$h_{C\_optimo}$	3,5508	2,4375	1,5430	1,1816	0,8281	0,7406	0,7406	0,7406	0,6672	0,4188
		$ARL_{FC\_min}$	42,2252	16,2851	8,9894	5,8024	4,2225	3,2373	2,6451	2,2377	1,9742	1,7637
	500	$k_{C\_optimo}$	0,0100	0,1500	0,2650	0,3850	0,4700	0,5400	0,5900	0,6300	0,6500	0,6700
		$h_{C\_optimo}$	3,8281	2,6172	2,2148	1,2617	0,8820	0,9883	0,7906	0,7109	0,6391	0,4563
		$ARL_{FC\_min}$	47,4167	17,5248	9,6373	6,2284	4,4714	3,3989	2,7613	2,3383	2,0287	1,8173
	1000	$k_{C\_optimo}$	0,0110	0,1600	0,2800	0,4000	0,4900	0,5600	0,6100	0,6500	0,6700	0,6900
		$h_{C\_optimo}$	4,5000	3,6484	2,5488	1,6465	1,1309	0,9022	0,8133	0,9022	0,7332	0,6633
		$ARL_{FC\_min}$	61,1675	21,3010	11,3314	7,1524	5,0451	3,8521	3,0811	2,5605	2,2127	1,9419
8	100	$k_{C\_optimo}$	0,0010	0,1000	0,2000	0,2800	0,3500	0,4200	0,4750	0,5100	0,5350	0,5500
		$h_{C\_optimo}$	1,9063	1,3438	0,8625	0,8625	0,5156	0,5156	0,5875	0,5156	0,3875	0,4500
		$ARL_{FC\_min}$	21,0624	9,3680	5,4760	3,7933	2,8518	2,2822	1,9345	1,6920	1,5123	1,3989
	250	$k_{C\_optimo}$	0,0020	0,1200	0,2200	0,3200	0,4000	0,4500	0,5100	0,5500	0,5800	0,6000
		$h_{C\_optimo}$	3,0938	1,7422	1,2813	0,9688	0,7516	0,6656	0,5938	0,5250	0,5250	0,5250
		$ARL_{FC\_min}$	32,0703	12,9118	7,1978	4,7372	3,4392	2,6893	2,2361	1,8986	1,6864	1,5384
	370	$k_{C\_optimo}$	0,0050	0,1300	0,2350	0,3450	0,4250	0,4700	0,5300	0,5700	0,6000	0,6200
		$h_{C\_optimo}$	3,4531	2,2852	1,4004	0,9289	0,8203	0,7297	0,6500	0,6500	0,5156	0,5156
		$ARL_{FC\_min}$	37,3928	14,3276	7,9177	5,1670	3,7302	2,8710	2,3691	2,0144	1,7627	1,5822
	500	$k_{C\_optimo}$	0,0075	0,1400	0,2500	0,3500	0,4400	0,5000	0,5550	0,6000	0,6250	0,6500
		$h_{C\_optimo}$	3,7344	2,0474	1,4941	1,1289	0,7781	0,7781	0,6937	0,6203	0,5543	0,4922
		$ARL_{FC\_min}$	42,1831	15,7469	8,4758	5,4903	3,9508	3,0336	2,4737	2,0833	1,8289	1,6453
	1000	$k_{C\_optimo}$	0,0100	0,1500	0,2700	0,3800	0,4700	0,5400	0,6000	0,6450	0,6750	0,7000
		$h_{C\_optimo}$	4,3887	2,8281	1,9951	1,4824	1,0000	0,8879	0,7113	0,6391	0,7113	0,7113
		$ARL_{FC\_min}$	52,5845	18,5339	9,8006	6,2909	4,4483	3,3881	2,7191	2,2818	1,9662	1,7585

Tabela 3.33 - Tabela de resultados finais obtida para estudos na detecção de decréscimos da dispersão do processo - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$

n	ARL		delta ( $\delta\sigma$ )				
			0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
4	100	$k_{D\_optimo}$	0,4450	0,5300	0,6150	0,7000	0,7800
		$h_{D\_optimo}$	6,5000	5,7500	4,7500	3,7500	3,7500
		$ARL_{FC\_min}$	36,2601	18,0270	10,6618	6,8203	4,5888
	250	$k_{D\_optimo}$	0,4550	0,5450	0,6300	0,7150	0,8000
		$h_{D\_optimo}$	9,7500	8,3125	6,5313	5,0938	4,4688
		$ARL_{FC\_min}$	59,6669	26,1481	14,4036	8,9117	5,8460
	370	$k_{D\_optimo}$	0,4700	0,5600	0,6500	0,7350	0,8250
		$h_{D\_optimo}$	11,4375	8,2813	6,6563	5,6563	4,9688
		$ARL_{FC\_min}$	72,0186	29,8146	16,0838	9,7712	6,3862
	500	$k_{D\_optimo}$	0,4800	0,5750	0,6650	0,7500	0,8400
		$h_{D\_optimo}$	12,6875	9,0625	8,0000	6,1094	5,3516
		$ARL_{FC\_min}$	81,9692	32,9590	17,3367	10,5226	6,8020
	1000	$k_{D\_optimo}$	0,5000	0,5900	0,6800	0,7700	0,8600
		$h_{D\_optimo}$	16,0000	10,9063	8,5469	7,1563	5,8828
		$ARL_{FC\_min}$	107,0055	40,0463	20,4065	12,1525	7,8045
6	100	$k_{D\_optimo}$	0,2500	0,3500	0,4500	0,5500	0,6500
		$h_{D\_optimo}$	4,2500	3,6875	2,8750	2,2000	1,7750
		$ARL_{FC\_min}$	27,1318	12,4248	6,9176	4,3327	2,8697
	250	$k_{D\_optimo}$	0,2650	0,3650	0,4670	0,5700	0,6700
		$h_{D\_optimo}$	6,1875	4,3906	3,4750	2,6875	2,3562
		$ARL_{FC\_min}$	42,1773	17,0043	9,0242	5,4648	3,5495
	370	$k_{D\_optimo}$	0,2900	0,3900	0,4900	0,5900	0,7000
		$h_{D\_optimo}$	7,0938	4,9219	3,8555	3,5000	2,6063
		$ARL_{FC\_min}$	48,9331	19,1666	9,8908	5,9158	3,8379
	500	$k_{D\_optimo}$	0,3150	0,4150	0,5150	0,6150	0,7200
		$h_{D\_optimo}$	7,8281	5,3359	4,1484	3,1938	2,8000
		$ARL_{FC\_min}$	55,3246	20,6611	10,6275	6,3228	4,0755
	1000	$k_{D\_optimo}$	0,3350	0,4350	0,5350	0,6400	0,7500
		$h_{D\_optimo}$	9,6250	6,3105	4,8516	4,0039	3,2397
		$ARL_{FC\_min}$	69,8083	24,4089	12,2662	7,2226	4,5857
7	100	$k_{D\_optimo}$	0,2000	0,3100	0,4250	0,5500	0,6800
		$h_{D\_optimo}$	3,8750	3,2500	2,2250	2,0250	1,3750
		$ARL_{FC\_min}$	24,3213	10,8056	5,9290	3,6873	2,4362
	250	$k_{D\_optimo}$	0,2250	0,3300	0,4500	0,5750	0,7050
		$h_{D\_optimo}$	5,6250	3,8281	2,9625	2,4438	1,9531
		$ARL_{FC\_min}$	36,9380	14,6099	7,6524	4,6095	2,9964
	370	$k_{D\_optimo}$	0,2500	0,3550	0,4700	0,6000	0,7300
		$h_{D\_optimo}$	6,4688	4,2813	3,2875	2,7000	2,1563
		$ARL_{FC\_min}$	43,1548	16,1172	8,3558	5,0044	3,2439
	500	$k_{D\_optimo}$	0,2600	0,3700	0,4900	0,6200	0,7450
		$h_{D\_optimo}$	7,1563	4,6484	3,5391	2,9000	2,1750
		$ARL_{FC\_min}$	48,0181	17,6110	8,9456	5,2917	3,4224
	1000	$k_{D\_optimo}$	0,2800	0,3950	0,5150	0,6400	0,7650
		$h_{D\_optimo}$	8,8164	5,4824	4,1211	3,3625	2,6781
		$ARL_{FC\_min}$	60,1429	20,6122	10,3318	6,0270	3,8398
8	100	$k_{D\_optimo}$	0,2000	0,3100	0,4200	0,5400	0,6500
		$h_{D\_optimo}$	3,1000	2,6500	2,0250	1,5000	1,2875
		$ARL_{FC\_min}$	22,5221	9,6225	5,2500	3,2373	2,1273
	250	$k_{D\_optimo}$	0,2200	0,3400	0,4500	0,5700	0,6750
		$h_{D\_optimo}$	4,3750	3,0625	2,4000	1,8313	1,4813
		$ARL_{FC\_min}$	33,6355	12,8334	6,6817	4,0179	2,6082
	370	$k_{D\_optimo}$	0,2300	0,3500	0,4600	0,5800	0,6800
		$h_{D\_optimo}$	4,9688	3,4125	2,6500	2,1906	1,7500
		$ARL_{FC\_min}$	38,4710	14,2112	7,2667	4,3202	2,7931
	500	$k_{D\_optimo}$	0,2500	0,3700	0,4800	0,6000	0,7100
		$h_{D\_optimo}$	5,4219	4,3574	2,8500	2,3500	2,0156
		$ARL_{FC\_min}$	42,7726	15,4453	7,7900	4,6078	2,9648
	1000	$k_{D\_optimo}$	0,2700	0,3900	0,5000	0,6200	0,7400
		$h_{D\_optimo}$	6,5469	4,3114	3,3062	2,7156	2,3273
		$ARL_{FC\_min}$	53,1165	17,8271	8,8522	5,1709	3,3112

Resta referir apenas que os valores referentes à variável  $k$  provêm de uma interpolação polinomial, visto que os valores obtidos inicialmente não continham a resolução necessária para a construção dos ábacos.

Este fato pode ser facilmente explicado pela fraca capacidade dos computadores para processar as várias simulações em tempos considerados aceitáveis.

### 3.3 SÍNTESE DOS RESULTADOS

Ao longo da presente dissertação foram apresentados os resultados das diversas fases da metodologia, no entanto, por uma questão de síntese do trabalho realizado, apresentam-se os resultados obtidos (outputs), na forma de ábacos e tabelas nos anexos que se referem seguidamente.

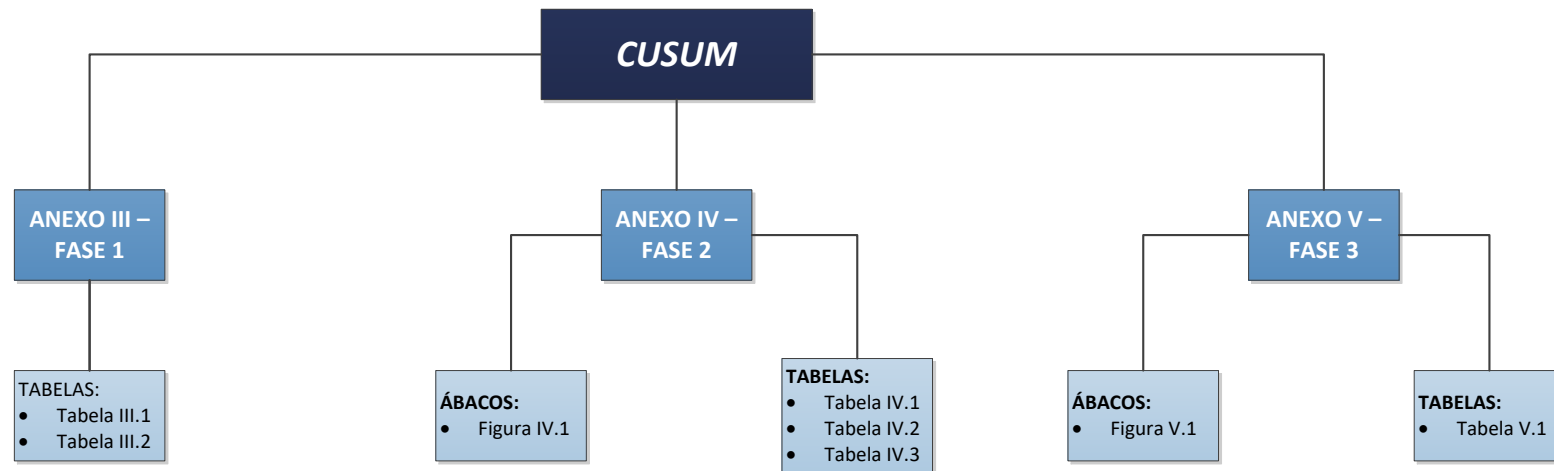


Figura 3.47 – Síntese de resultados – Carta *CUSUM*

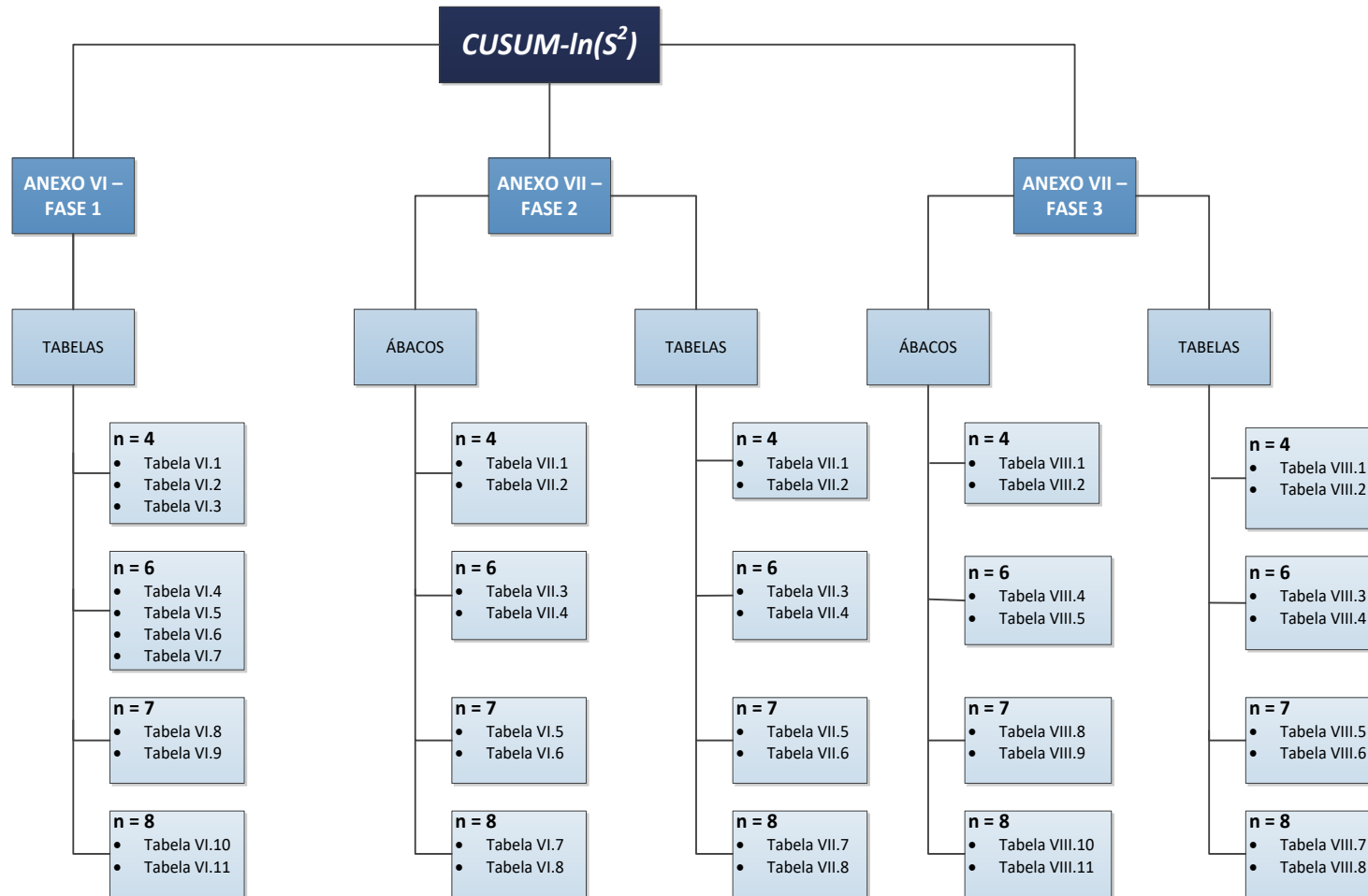


Figura 3.48 – Síntese de resultados – Carta  $CUSUM-In(S^2)$



## 4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 4.1 CONCLUSÕES

A presente dissertação foi desenvolvida com o intuito de fornecer uma alternativa válida aos desenvolvimentos apresentados por Gan (1991) e Chan e Gan (1995) na determinação do cálculo dos parâmetros das cartas de controlo *CUSUM* e *CUSUM- $\ln(S^2)$* .

A metodologia utilizada teve como base técnicas de simulação computacionais já testadas em trabalhos anteriores como Alves (2009) e Afonso (2012).

A carta *CUSUM* foi o ponto de partida, de forma a testar a fiabilidade do algoritmo desenvolvido. Foi definido inicialmente que o ideal seria que os ábacos obtidos fossem coerentes com os publicados por Gan (1991) (Anexo I). Após a análise dos resultados verifica-se que os mesmos estão em linha com os estudos publicados, de modo que é possível assumir que esta parte da dissertação foi concluída com sucesso. Para além dos ábacos, são também apresentadas as tabelas que deram origem aos mesmos, (Gan (1991) apenas apresentou os ábacos).

A segunda parte da dissertação, à semelhança do que foi feito para a carta *CUSUM*, tinha como meta a obtenção dos ábacos e respectivas tabelas para a carta *CUSUM- $\ln(S^2)$*  para diferentes dimensões de amostras. Teve como base o trabalho realizado por Afonso (2012), em que foram obtidas tabelas e ábacos para uma dimensão de amostra,  $n=5$ . O objetivo passava agora por obter as tabelas para  $n=4, 6, 7$  e  $8$ , visto serem os casos comuns. É importante salientar que as variáveis de entrada (alterações nos parâmetros do processo,  $ARL_{EC}$ ) foram escolhidas com a preocupação de cobrir uma gama vasta de valores que são objectivamente aplicados

A abordagem utilizada para esta carta é muito semelhante à da carta *CUSUM*, o algoritmo utilizado é semelhante, tendo sido feitas apenas algumas modificações, nomeadamente no cálculo da estatística da carta.

Finalizada a fase 3 da metodologia e gerados os ábacos e tabelas finais, é possível concluir que os resultados foram bons. Os valores obtidos são coerentes com os publicados por Afonso (2012). Resta referir que devido à fraca capacidade dos computadores utilizados, recorreu-se a uma interpolação polinomial na fase 3 da metodologia para garantir que os ábacos teriam uma resolução aceitável.

Em comparação com o trabalho apresentado por Chang e Gan (1995), em que apenas foram apresentadas as tabelas (Anexo II), na presente dissertação são apresentados também os ábacos. Além disso, as dimensões das amostras, os  $ARL_{EC}$  e os valores de  $\delta_C$  e  $\delta_D$  são mais consentâneos com os valores usualmente utilizados nas organizações/empresas industriais.

## 4.2 TRABALHOS FUTUROS

Em relação a futuros trabalhos a realizar na temática apresentada na presente dissertação, destacam-se os seguintes:

- a) Alargar o estudo a outros  $ARL_{EC}$  e outras alterações nos parâmetros do processo ( $\delta$ ,  $\delta_C$ ,  $\delta_D$ ).
- b) Alargar o estudo para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  a outras dimensões de amostra ( e.g.  $n=2$ ,  $n=3$ ,  $n=10$ ,  $n=15$ ,  $n=20$ )
- c) Proceder a um estudo globalizante dos trabalhos já realizados na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT-UNL) usando esta temática, compilando os resultados desta dissertação, os de Alves (2009), Afonso (2012) e Nogueira (2015), cobrindo desta forma as cartas especiais no controlo da média ( $CUSUM$  e  $EWMA$ ) e da dispersão ( $CUSUM-\ln(S^2)$  e  $EWMA-\ln(S^2)$ )
- d) Por último, também tendo como base os trabalhos já realizados na FCT-UNL em conjunto com outros trabalhos complementares na mesma temática, proceder ao desenvolvimento de um software que funcionasse como uma alternativa aos ábacos e tabelas das cartas  $CUSUM$ ,  $CUSUM-\ln(S^2)$ ,  $EWMA$  e  $EWMA-\ln(S^2)$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdulkadir H., S. Ejaz Ahmed and S. Bhatti; “Sequential testing of process capability indices”; Department of Mathematics and Statistics, University of Windsor, 401 Sunset Ave., Windsor, Ontario, Canada, 2011.
- Afonso, R.F.C.; “Determinação de Parâmetros da Carta de Controlo CUSUM- $\ln(S^2)$  através de ferramenta computacional de suporte ao controlo estatístico”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2012
- Alves, Y. M. C.; “Determinação de Parâmetros de Cartas de Controlo Estatístico Usando Ferramentas Computacionais Específicas”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2009.
- Apte, U. M and Reynolds, C. C; "Quality management at kentucky fried chicken", 1995.
- Boyles, R.A.; “Process capability with asymmetric tolerances. Communications in Statistics: Computation and Simulation”; 1994.
- Castagliola, P.; "A new S2-EWMA control chart for monitoring the process variance"; Quality and Reliability Engineering International 21 (8), 781-794; 2005.
- Chan, L, Cheng, S. and Spiring, F.; “A New measure of process capability: Cpm”; 1988.
- Chang, T.C., Gan, F.F.; “A cumulative sum control chart for monitoring process variance”. J. Quality Technol. 27 (2), 109–119; 1995.
- Choi, B.C. and Owen, D.B., “A study of a new process capability index. Communications in Statistics: Theory and Methods”; 1990
- Crowder, S., Hamilton, M.; "An EWMA for monitoring standard deviation"; Journal of Quality Technology 24, 12-21; 1992.
- De Vries and J. K. Reneau; “Application of statistical process control charts to monitor changes in animal production systems”; Department of Animal Sciences, University of Florida, Gainesville 32611 and University of Minnesota, St. Paul, 2010.
- Deleryd, M. and Vannman, K.; “Process capability plots – a quality improvement tool”; Quality and Reliability Engineering International, 1999.

- Dong, H.; Fugee, T.; Xijian, H.; “A Multi-Chart Approach for Mean Shift Detection”, Chinese Journal of Applied Probability and Statistics Vol.24 No.3 Jun. 2008.
- Dong, H.; Fugee, T.; Xijian, H.; Wang, K.; “CUSUM and EWMA Multi-Charts for Detecting a Range of Mean Shifts”; 2007.
- Dragalin, V.; "The design and analysis of 2-CUSUM procedure"; Comm. Statist. Simulation Comput. 26, 67-81; 1997.
- Dragalin, V.; "The optimality of generalized CUSUM procedure in quickest detection problem. Proceedings of Steklov Math"; Inst.: Statistics. and Control of Stochastic Processes 202, 132-148; 1993.
- Ewan, W. D. "When and How to Use CUSUM Charts"; Technometrics, 1963.
- Gan, F. F.; "Exact Run Length Distributions for One-sided Exponential CUSUM Schemes"; Statistica Sinica 2, 297-312; 1992.
- Gan, F. F.; “Optimal Design of CUSUM Quality Control Charts”, Journal of Quality Technology, Vol. 23, N°4, 1991
- Hawkins, D. M. e Olwell, D. H.; “Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement”; Springer, New York; 1998.
- Hawkins, D. M.; "A CUSUM for a Scale Parameter", Journal of Quality Technology, Vol. 13; 1981.
- Hawkins, D.M.; “Evaluation of average run lengths of cumulative sum charts for an arbitrary data distribution”. Comm. Statist. Simulation Comput. 21, 1001–1020; 1992.
- Huang, W.; Shu, L.; Jiang, W.; “Optimal Design of Cumulative Sum Control Charts Under Shift Uncertainty”; Faculty of Business Administration, University of Macau e Antai College of Economics and Management, Shanghai Jiaotong University, 2008.
- Jeang, A.; “Optimal process capability analysis for process design”; Department of Industrial Engineering and Systems Management, Feng Chia University, Taichung, Taiwan, R.O.C., 2008.
- Juran, J. M.; “Quality Control Handbook”; New York, Mc Graw-Hill; 1974.
- Kane, V.E.; “Process capability index”; Journal of Quality Technology; 1986.
- Knoth, S.; “Computation of the ARL for CUSUM-S<sup>2</sup> schemes”; Advanced mask technology Center, Postfach 110161, 01330 Dresden, Germany, 2005.

- Kotz, S. and Johnson, N.L.; “Process capability indices”; London: Chapman & Hall; 1993.
- Lascelles, D. M and Dale, B.G; "A study of the quality management methods employed by U.K. automotive suppliers"; Department of Management Sciencies, UMIST, Manchester, UK; 1988.
- Lianjie Shu, Wenpo Huang, Yan Su & Kwok-Leung Tsui: “Computation of the run-length percentiles of CUSUM control charts under changes in variances”, Journal of Statistical Computation and Simulation; 2012
- Lorden, G. and Eisenberger, I.; "Detection of Failure rate increases". Technometrics 15, 167-175; 1973.
- Lucas, J. M.; “Combined Shewhart-CUSUM Quality Control Schemes”. Journal of Quality Technology, Vol. 14; 1982.
- MacGregor, J., Harris, T.; "The exponentially weighted moving variance". Journal of Quality Technology 25, 106-118; 1993.
- Machado, José Fernando; Método Estatístico: Gestão de Qualidade para Melhoria Continua. São Paulo: Saraiva 2010.
- Marshall Junior, Isnard et tal. Gestão da Qualidade. 10. ed. São Paulo: FGV; 2011.
- Montgomery, D. C.; “Introduction to Statistical Quality Control”; John Wiley & Sons, Inc., 7ª Edição, Arizona State University; 2012.
- Moustakides, G.V.; "Optimal Stopping Times for Detecting Changes in Distributions"; Institut de Recherche en Informatique et Systemes Aleatoires; 1986.
- Ng, C., Case, K.; "Development and evaluation of control charts using exponentially weighted moving averages"; "Journal of Quality Technology 21, 242-250; 1989.
- Oakland, J.; Statistical Process Control, Butterworth-Heinemann, London, 5ªEdição, 2003.
- Page, E. S.; "Continuous inspections Schemes"; Biometrika; 1954.
- Page, E.S.; “Controlling the Standard Deviation by CUSUMs and Warning Lines”; Technometrics, Vol.5; 1963.
- Page, E.S.; “Cumulative Sum Charts”; Technometrics, Vol. 3, Nº1; 1961.
- Palm, A. C.; “Discussion: Controversies and Contradictions in Statistical Process Control”, Journal of Quality Technology, Vol.32, 2000.

- Pearn, W.L., Kotz, S., and Johnson, N.L.; “Distributional and inferential properties of process capability indices”; Journal of Quality Technology, 1992.
- Pereira, Z. L. e Requeijo, J. G.; Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos, Fundação FCT da UNL, Lisboa, 2012.
- Ritov, Y; "Decision Theoretic Optimality of the CUSUM Procedure"; The Hebrew University of Jerusalem; 1990.
- Rocha, R.; “Implementação de Sistema Gerencial, com Avanços em Controlo Estatístico, em Laboratório de Nutrição Animal”, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2004
- Rowlands, R.J., Nix, A.B.J., Abdollahian, M.A and Kemp, K.W.; "Snub nosed V-mask control, Technometrics, 1982.
- Rungtusanatham, M.; “The Quality and Motivational Effects of Statistical Process Control”, Arizona State University, Tempe, AZ, USA
- Ryu J. Wan H. and Kim S., (2010). Optimal design of a CUSUM chart for a mean shift of unknown size, Journal of Quality Technology, 42(3), 311-326.
- Schoonhoven, M., Riaz,M. e Does, R. J. M. M; “Design and analysis of control charts for standard deviation with estimated parameters”, Journal of Quality Technology, Vol.43, N°4, 2011.
- Shewhart, W. A; "Economic Control of Quality Manufactured Product"; New York; D. Van Nostrand Company, Inc.; 1931.
- Siegmund, D.; “Sequential Analysis”, Springer-Verlag, New York; 1985.
- Souza, M. N.; “Metodologia de Aplicação do Controlo Estatístico da Qualidade para a Melhoria de Processos”, Dissertação de Mestrado em Sistemas e Computação, IME, Rio de Janeiro, 1996.
- Sparks, R. S.; "CUSUM charts for signalling varying location shifts"; J. Quality Tech. 32, 157-171; 2000.
- Sweet, A.; "Control charts using coupled exponentially weighted moving averages"; IIE Transactions 18, 26-33; 1986.
- Taguchi, G. e Wu, Y.; “Introduction to off-line quality control”; Tokyo: Central Japan Quality Control Association; 1985.
- Trovato, P.; Castagliola, P.; Celano, G.; Fichera, S., “Economic design of inspection strategies to monitor dispersion in short production runs” Computers & Industrial Engineering; 2010

- Tuprah, K., Ncube, M.; "A comparison of dispersion quality control charts"; Sequential Analysis 6, 155–163; 1987.
- Vance, L.; "Average run lengths of cumulative sum control charts for controlling normal means"; J. Quality Technol. 18 (3), 189–193; 1986.
- Vannman, K.; "A unified approach to capability indices"; Statistica Sinica; 1995.
- Woodall, W. H. e Adams, B. M.; "Statistical Process Control". Handbook of Statistical Methods for Engineers and Scientists, New York, 1988.
- Woodall, W. H.; "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control", Journal of Quality Technology, Vol. 32, N°4, 2000.
- Zachary G. Stoumbos , Marion R. Reynolds Jr. , Thomas P. Ryan & William H. Woodall; "The State of Statistical Process Control as We Proceed into the 21st Century"; Journal of the American Statistical Association; 2000.





## **ANEXOS**

---

**ANEXO I – ÁBACOS DA CARTA *CUSUM* E *CUSUM-FIR* (GAN, 1991)**

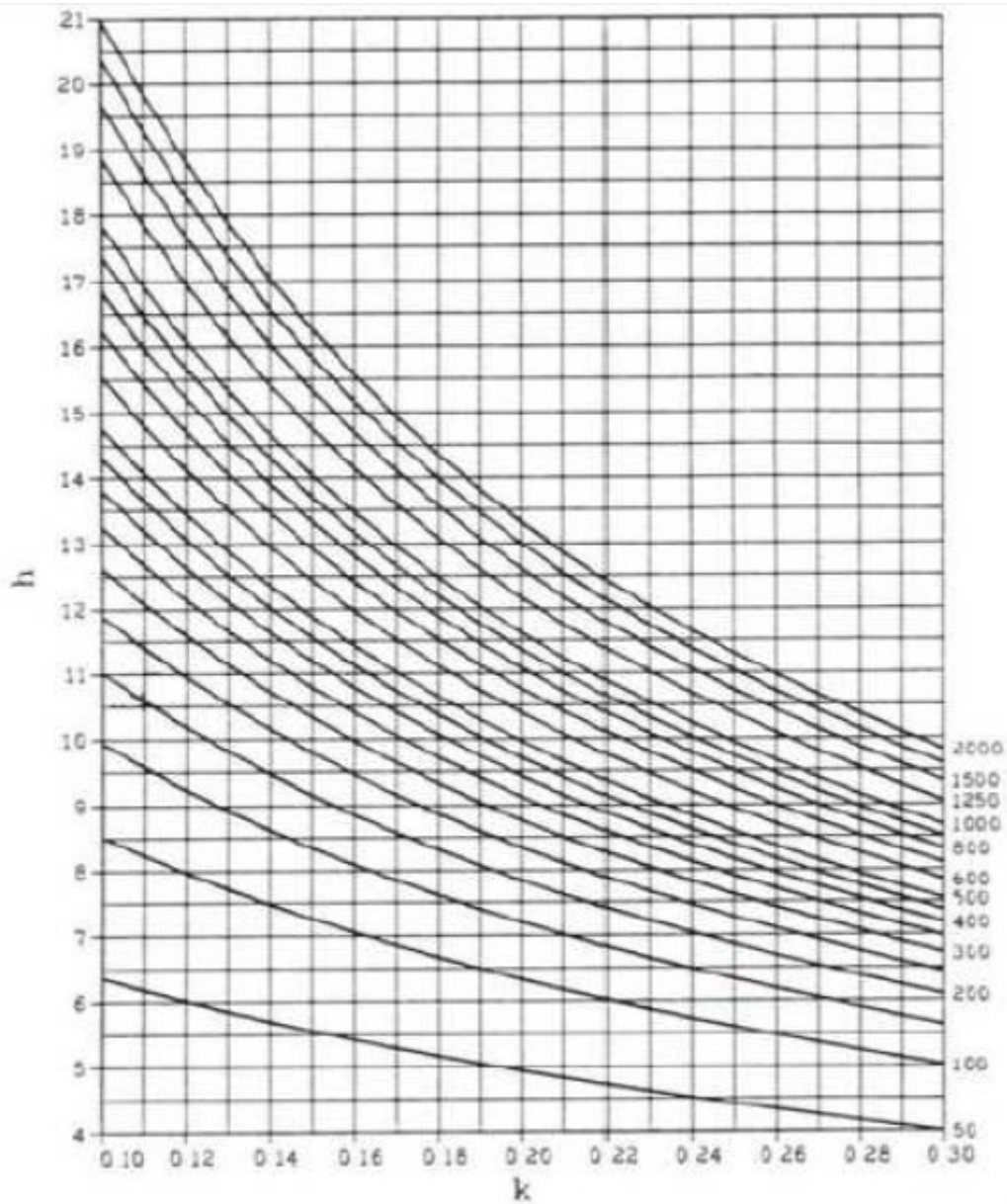


Figura I. 1 – Combinação de  $k$  e  $h$  da carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controla}$

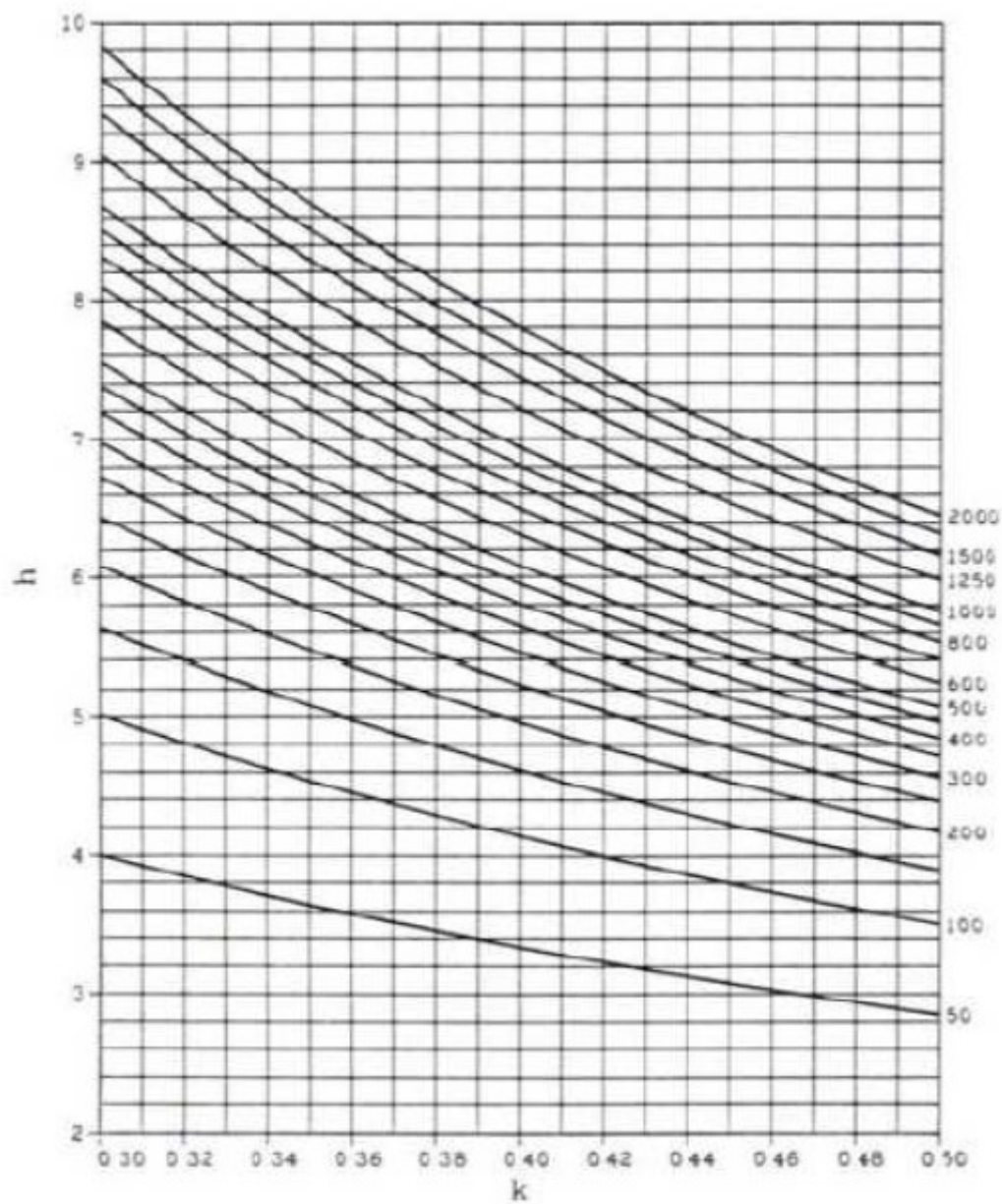


Figura I. 2 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controla}$

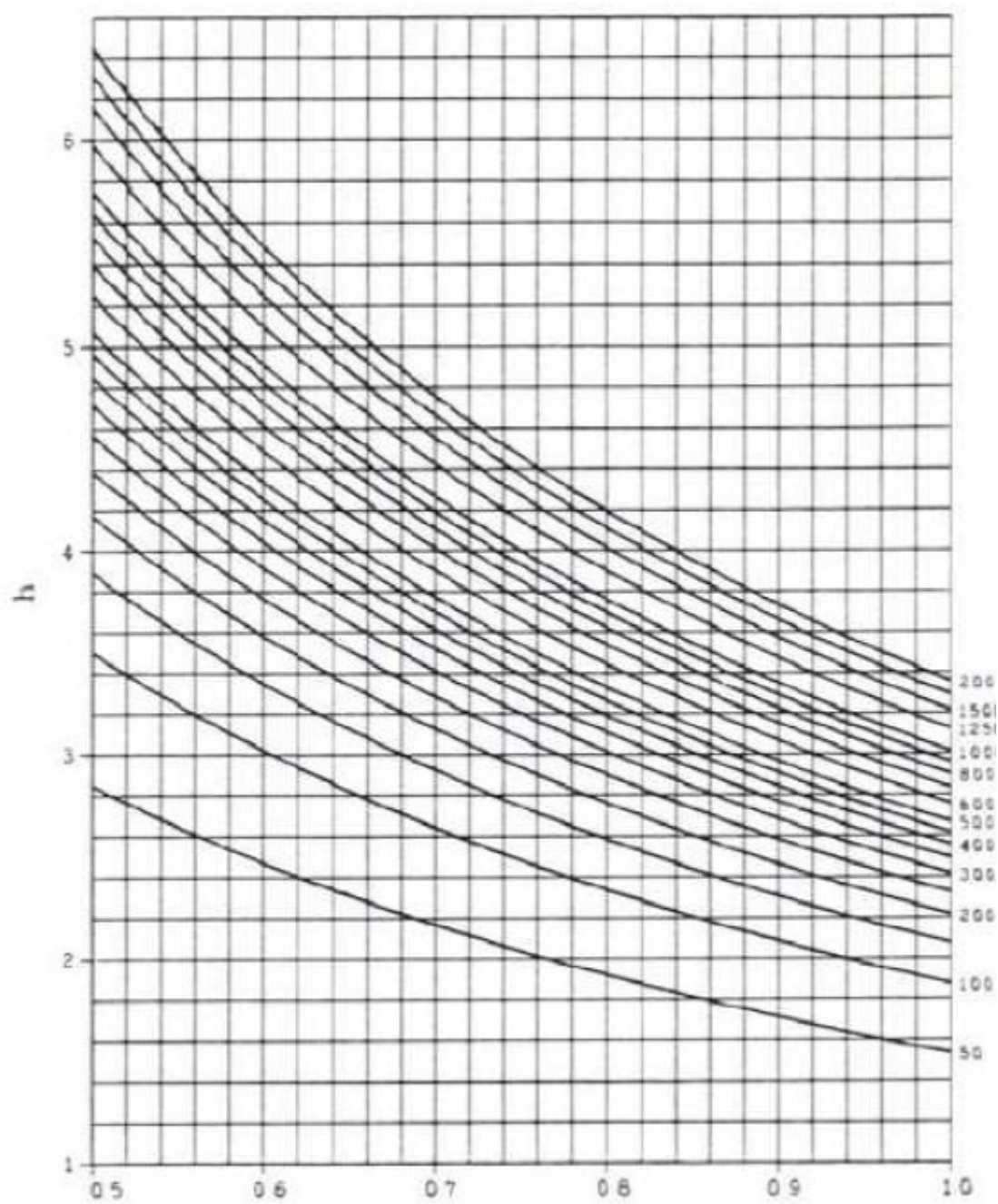


Figura I. 3 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta  $CUSUM$ , com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Control}$

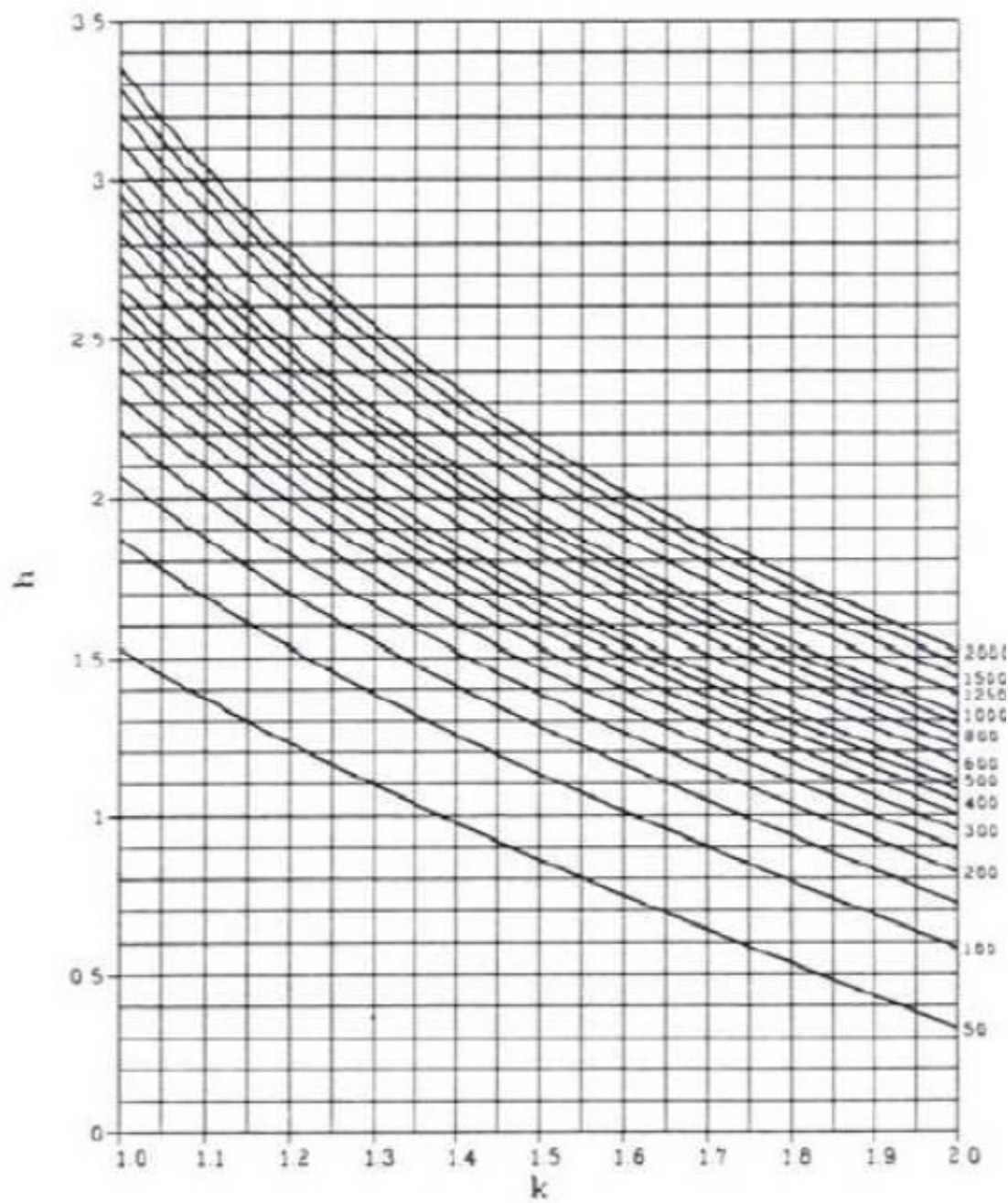


Figura I. 4 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controla}$



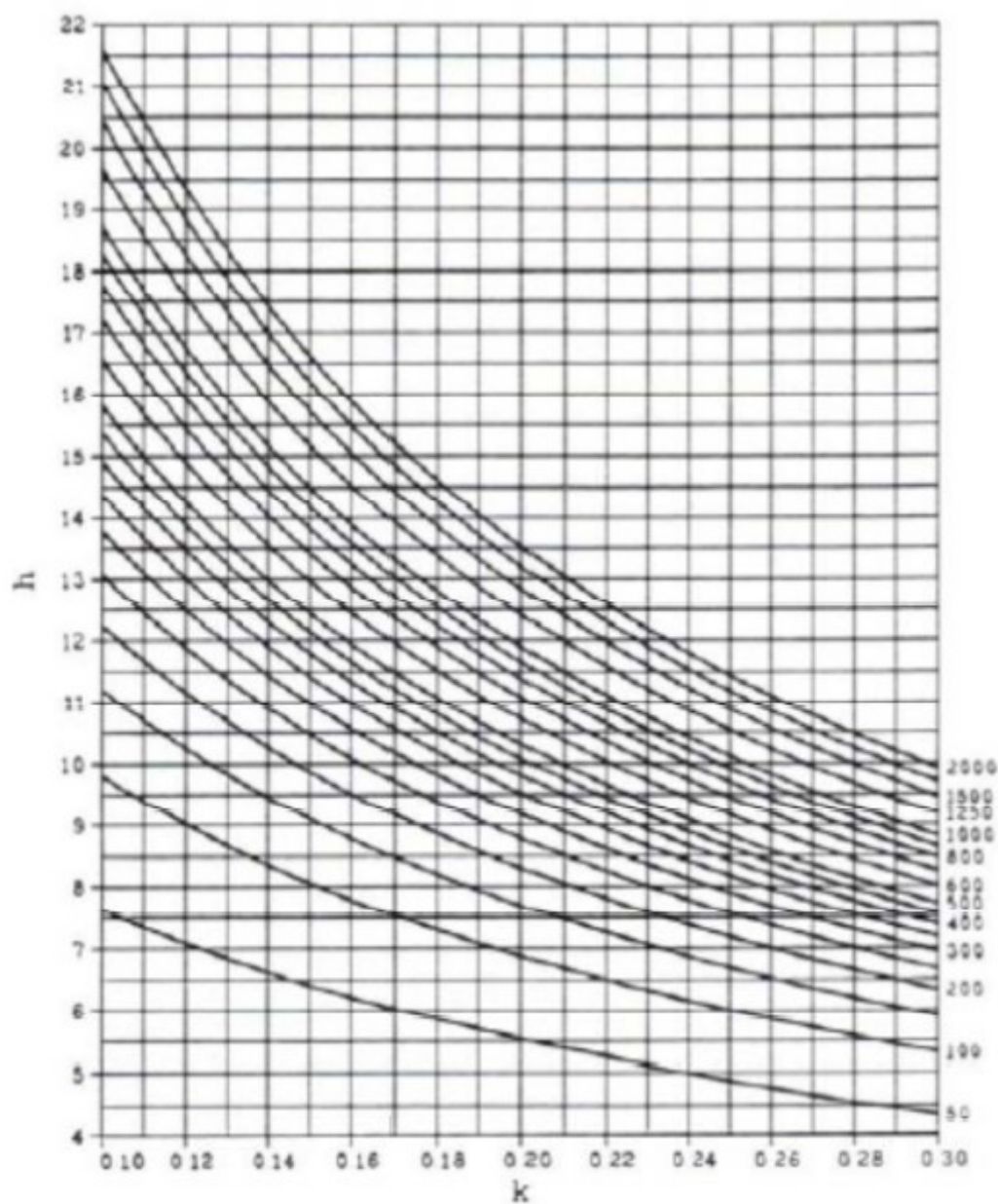


Figura I. 5 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta  $CUSUM-FIR$ , com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controla}$

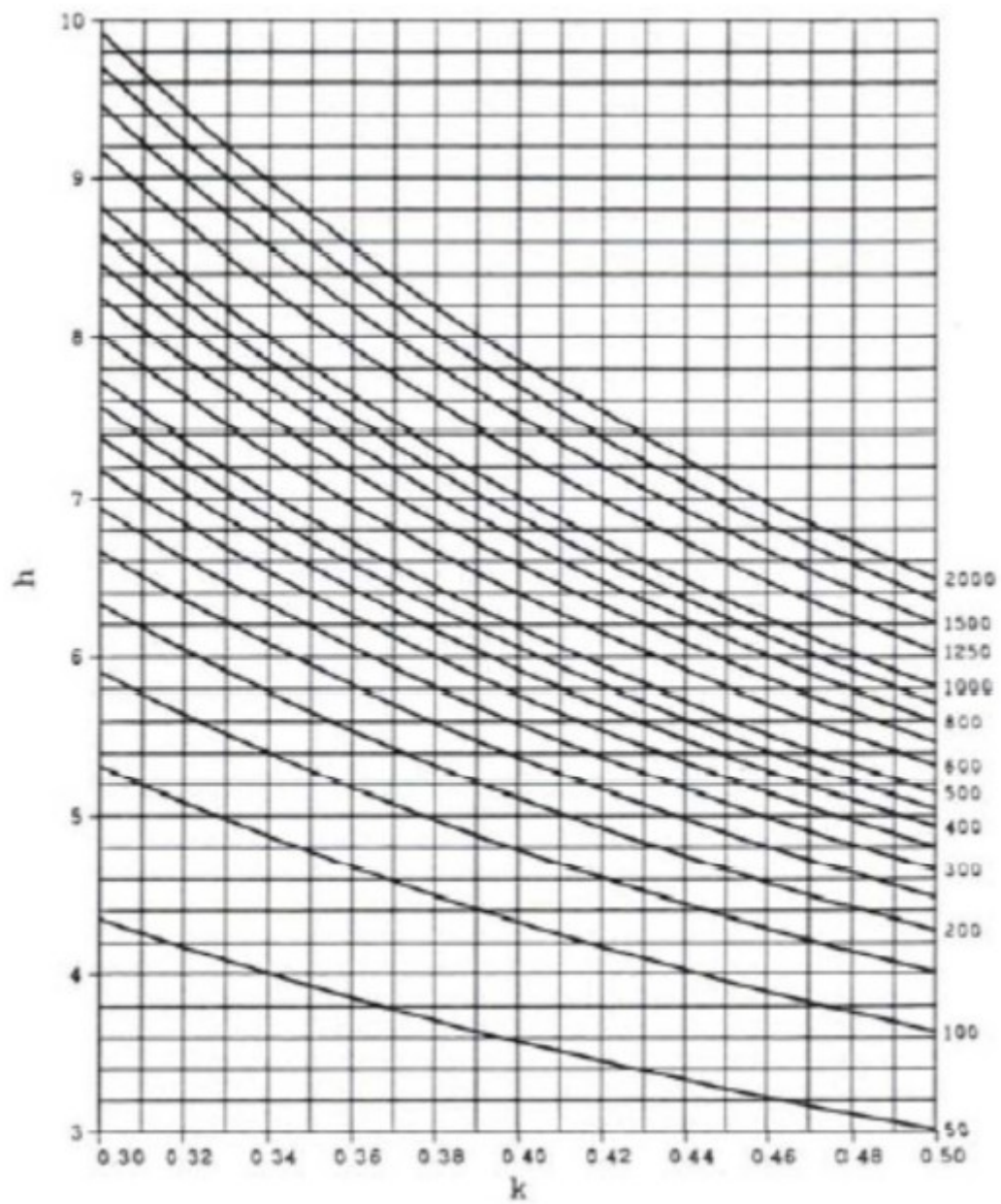


Figura I. 6 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta CUSUM-FIR, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Control}$

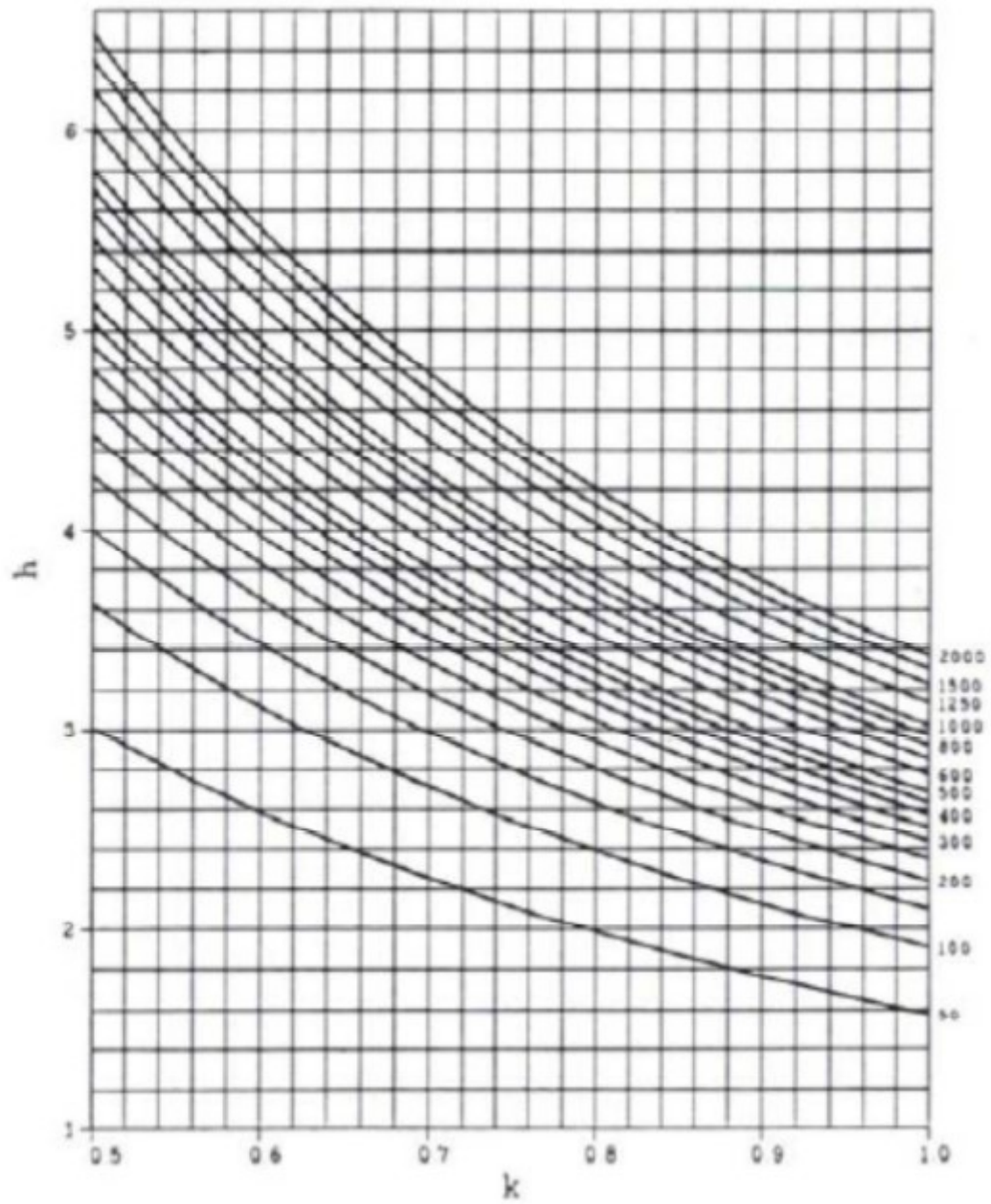


Figura I. 7 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta *CUSUM-FIR*, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Control}$



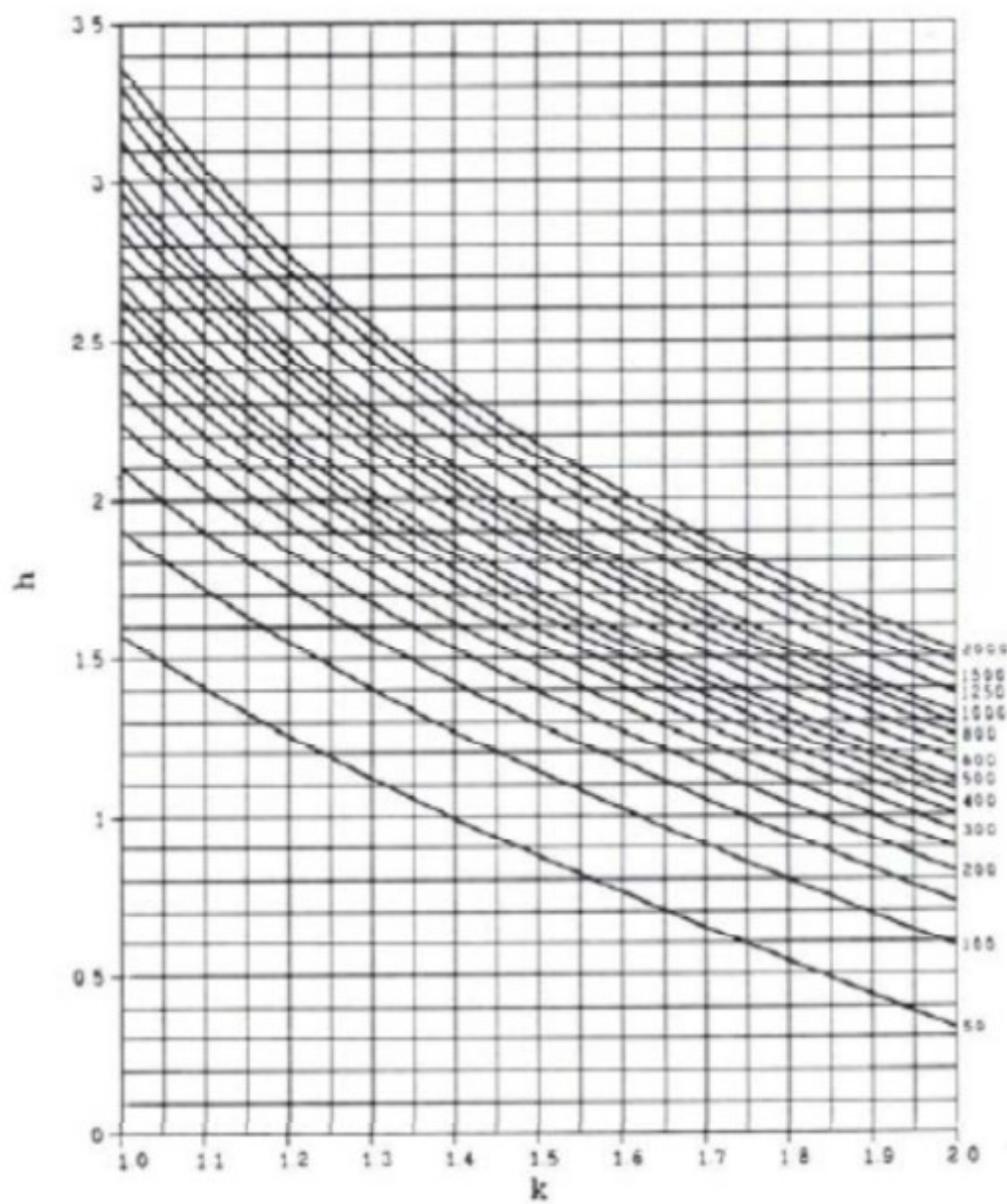


Figura I. 8 - Combinação de  $k$  e  $h$  da carta *CUSUM-FIR*, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controla}$

## ANEXO II – TABELAS PARA AS CARTAS $CUSUM-\ln(S^2)$ E $FIRCUSUM-\ln(S^2)$ (CHANG E GAN, 1995)

Tabela II. 1 – Parâmetros ( $k_C$ ,  $h_C$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um aumento da variância do processo

$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	$ARL_0$			
		100	200	500	1000
2	1,20	(0,648; 1,466)	(0,761; 1,538)	(0,900; 1,597)	(-0,900; 21,33)
		28,8; 3,5	46,1; 4,0	85,6; 4,7	120,6; 15,7
	1,60	(0,763; 1,283)	(0,855; 1,381)	(0,972; 1,471)	(1,057; 1,517)
		8,6; 2,4	11,1; 2,6	15,7; 2,9	20,2; 3,2
	2,20	(0,912; 1,073)	(0,987; 1,185)	(1,085; 1,294)	(1,158; 1,354)
		4,0; 1,8	4,6; 1,9	5,6; 2,1	6,5; 2,2
	3,00	(1,059; 0,887)	(1,121; 1,009)	(1,204; 1,130)	(1,268; 1,197)
		2,5; 1,5	2,8; 1,6	3,1; 1,6	3,4; 1,7
3	1,20	(0,350; 1,601)	(-0,026; 3,771)	(-0,213; 7,103)	(-0,277; 9,860)
		20,7; 2,4	30,1; 3,7	45,5; 7,4	58,8; 7,4
	1,60	(0,589; 1,099)	(0,632; 1,236)	(0,679; 1,409)	(0,676; 1,620)
		5,4; 1,6	6,6; 1,7	8,7; 1,9	10,6; 2,1
	2,20	(0,788; 0,805)	(0,826; 0,925)	(0,879; 1,052)	(0,919; 1,131)
		2,5; 1,3	2,8; 1,3	3,2; 1,4	3,6; 1,4
	3,00	(0,964; 0,590)	(0,995; 0,708)	(1,039; 0,834)	(1,074; 0,911)
		1,7; 1,1	1,8; 1,2	1,9; 1,2	2,1; 1,2
5	1,20	(0,126; 1,863)	(0,068; 2,657)	(0,011; 3,961)	(-0,014; 5,013)
		13,5; 2,0	18,1; 2,5	24,9; 3,3	30,4; 4,0
	1,60	(0,502; 0,808)	(0,521; 0,938)	(0,541; 1,106)	(0,539; 1,270)
		3,3; 1,2	3,9; 1,2	4,8; 1,3	5,5; 1,4
	2,20	(0,725; 0,502)	(0,744; 0,605)	(0,770; 0,722)	(0,792; 0,797)
		1,6; 1,1	1,8; 1,1	2,0; 1,1	2,1; 1,1
	3,00	(0,919; 0,286)	(0,932; 0,389)	(0,952; 0,504)	(0,969; 0,577)
		1,2; 1,0	1,2; 1,0	1,3; 1,0	1,4; 1,0
10	1,20	(0,170; 1,093)	(0,144; 1,464)	(0,126; 1,957)	(0,114; 2,371)
		7,9; 1,2	9,9; 1,5	12,7; 1,9	15,0; 2,1
	1,60	(0,458; 0,480)	(0,468; 0,549)	(0,482; 0,658)	(0,492; 0,731)
		1,9; 1,0	2,2; 1,0	2,5; 1,0	2,8; 1,0
	2,20	(0,692; 0,189)	(0,700; 0,269)	(0,710; 0,362)	(0,718; 0,424)
		1,1; 1,0	1,2; 1,0	1,2; 1,0	1,3; 1,0
	3,00	(0,800; 0,079)	(0,800; 0,165)	(0,800; 0,266)	(0,800; 0,335)
		1,0; 1,0	1,0; 1,0	1,0; 1,0	1,0; 1,0
20	1,20	(0,186; 0,615)	(0,178; 0,774)	(0,166; 1,015)	(0,162; 1,187)
		4,7; 1,0	5,7; 1,0	7,0; 1,1	8,0; 1,1
	1,60	(0,440; 0,211)	(0,444; 0,275)	(0,452; 0,348)	(0,458; 0,398)
		1,3; 1,0	1,4; 1,0	1,5; 1,0	1,6; 1,0
	2,20	(0,640; 0,004)	(0,640; 0,069)	(0,640; 0,145)	(0,640; 0,197)
		1,0; 1,0	1,0; 1,0	1,0; 1,0	1,0; 1,0
	3,00	(0,640; 0,004)	(0,640; 0,069)	(0,640; 0,145)	(0,640; 0,197)
		1,0; 1,0	1,0; 1,0	1,0; 1,0	1,0; 1,0

Nota: A leitura do Tabela é feita da forma seguinte, tendo por base os primeiros valores no canto superior esquerdo, que correspondem a  $ARL_0=100$  ( $ARL_{Em\ Controla} = 100$ ):

(0,648; 1,466)  
28,8; 3,5

- $k_A = 0,648$
- $h_A = 1,466$
- 28,8 é o  $ARL_{Fora\ de\ Controla}$  para um aumento do desvio padrão de  $\sigma_1/\sigma_0$
- 3,5 é o  $ARL_{Fora\ de\ Controla}$  para um aumento do desvio padrão de  $2\sigma_1/\sigma_0$

Tabela II. 2 - Parâmetros ( $k_D$ ,  $h_D$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um decréscimo da variância do processo

$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	$ARL_0$			
		100	200	500	1000
2	0,80	(1,400 ; 16,167)	(1,400 ; 22,531)	(1,400 ; 33,131)	(1,426 ; 40,163)
		40,0 ; 10,6	59,3 ; 14,3	92,4 ; 20,6	122,4 ; 25,1
	0,60	(1,470 ; 14,958)	(1,540 ; 18,704)	(1,600 ; 23,986)	(1,628 ; 28,212)
		19,0 ; 7,7	25,4 ; 9,7	34,9 ; 12,5	42,5 ; 14,8
	0,40	(1,714 ; 12,059)	(1,786 ; 14,855)	(1,850 ; 18,697)	(1,882 ; 21,693)
		9,9 ; 5,2	12,5 ; 6,3	16,1 ; 7,9	19,0 ; 9,2
	0,20	(2,122 ; 9,451)	(2,186 ; 11,645)	(2,246 ; 14,618)	(2,278 ; 16,904)
		4,9 ; 3,2	6,0 ; 3,8	7,5 ; 4,7	8,6 ; 5,4
3	0,80	(0,672 ; 8,951)	(0,704 ; 11,361)	(0,732 ; 14,797)	(0,746 ; 17,525)
		24,5 ; 5,9	33,7 ; 7,4	47,9 ; 9,0	59,7 ; 11,3
	0,60	(0,862 ; 6,564)	(0,898 ; 8,060)	(0,930 ; 10,114)	(0,946 ; 11,712)
		9,9 ; 3,8	12,5 ; 4,5	16,1 ; 5,6	18,9 ; 6,4
	0,40	(1,122 ; 4,980)	(1,154 ; 6,103)	(1,184 ; 7,623)	(1,200 ; 8,791)
		4,8 ; 2,5	5,8 ; 2,9	7,1 ; 3,5	8,2 ; 4,0
	0,20	(1,662 ; 3,444)	(1,634 ; 4,421)	(1,626 ; 5,684)	(1,624 ; 6,641)
		2,3 ; 1,5	2,7 ; 1,8	3,3 ; 2,2	3,7 ; 2,4
5	0,80	(0,406 ; 4,457)	(0,426 ; 5,492)	(0,442 ; 6,957)	(0,450 ; 8,103)
		14,6 ; 3,2	19,0 ; 3,9	25,2 ; 4,8	30,1 ; 5,5
	0,60	(0,612 ; 2,965)	(0,630 ; 3,607)	(0,646 ; 4,478)	(0,654 ; 5,151)
		5,3 ; 2,0	5,3 ; 2,0	7,9 ; 2,8	9,0 ; 3,1
	0,40	(0,936 ; 1,989)	(0,926 ; 2,511)	(0,926 ; 3,182)	(0,928 ; 3,688)
		2,4 ; 1,3	2,9 ; 1,5	3,4 ; 1,8	3,9 ; 2,0
	0,20	(1,958 ; 0,651)	(1,884 ; 1,102)	(1,738 ; 1,761)	(1,604 ; 2,308)
		1,1 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,8 ; 1,1
10	0,80	(0,280 ; 2,022)	(0,290 ; 2,457)	(0,298 ; 3,058)	(0,302 ; 3,524)
		7,9 ; 1,8	9,8 ; 2,0	12,3 ; 2,4	14,3 ; 2,7
	0,60	(0,518 ; 1,152)	(0,516 ; 1,429)	(0,520 ; 1,781)	(0,522 ; 2,050)
		2,6 ; 1,0	3,1 ; 1,1	3,6 ; 1,3	4,1 ; 1,6
	0,40	(1,028 ; 0,443)	(1,004 ; 0,663)	(0,962 ; 0,964)	(0,924 ; 1,201)
		1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,8 ; 1,0
	0,20	(1,450 ; 0,011)	(1,450 ; 0,197)	(1,450 ; 0,435)	(1,450 ; 0,610)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
20	0,80	(0,236 ; 0,969)	(0,240 ; 1,175)	(0,245 ; 1,447)	(0,248 ; 1,652)
		4,5 ; 1,0	5,3 ; 1,1	6,5 ; 1,3	7,4 ; 1,5
	0,60	(0,538 ; 0,394)	(0,528 ; 0,527)	(0,513 ; 0,704)	(0,502 ; 0,839)
		1,4 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,9 ; 1,0	2,1 ; 1,0
	0,40	(0,900 ; 0,012)	(0,900 ; 0,121)	(0,900 ; 0,259)	(0,900 ; 0,359)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	0,20	(0,900 ; 0,012)	(0,900 ; 0,121)	(0,900 ; 0,259)	(0,900 ; 0,359)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0

Tabela II. 3 - Parâmetros ( $k_c$ ,  $h_c$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $FIRCUSUM-In(S^2)$ , para detectar um aumento da variância do processo

$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	$ARL_0$			
		100	200	500	1000
2	1,20	(0,648 ; 1,488)	(0,761 ; 1,552)	(0,900 ; 1,605)	(-0,900 ; 21,81)
		27,1 ; 2,9	43,5 ; 3,3	81,7 ; 3,9	92,1 ; 8,9
	1,60	(0,763 ; 1,300)	(0,855 ; 1,392)	(0,972 ; 1,477)	(1,057 ; 1,521)
		7,6 ; 2,1	9,8 ; 2,2	13,9 ; 2,4	18,0 ; 2,6
	2,20	(0,912 ; 1,085)	(0,987 ; 1,194)	(1,085 ; 1,299)	(1,158 ; 1,357)
		3,5 ; 1,6	4,0 ; 1,7	4,8 ; 1,8	5,5 ; 1,9
	3,00	(1,059 ; 0,896)	(1,121 ; 1,015)	(1,204 ; 1,133)	(1,268 ; 1,199)
		2,3 ; 1,4	2,5 ; 1,4	2,7 ; 1,5	2,9 ; 1,5
	1,20	(0,350 ; 1,635)	(-0,026 ; 3,854)	(-0,213 ; 7,240)	(-0,277 ; 10,01)
		18,4 ; 1,8	24,7 ; 2,3	34,4 ; 3,4	42,1 ; 4,2
3	1,60	(0,589 ; 1,115)	(0,632 ; 1,248)	(0,679 ; 1,417)	(0,676 ; 1,625)
		4,5 ; 1,4	5,4 ; 1,4	7,0 ; 1,5	8,5 ; 1,6
	2,20	(0,788 ; 0,814)	(0,826 ; 0,931)	(0,879 ; 1,056)	(0,919 ; 1,134)
		2,2 ; 1,2	2,4 ; 1,2	2,7 ; 1,2	2,9 ; 1,3
	3,00	(0,964 ; 0,595)	(0,995 ; 0,712)	(1,039 ; 0,836)	(1,074 ; 0,913)
		1,5 ; 1,1	1,6 ; 1,1	1,7 ; 1,1	1,8 ; 1,1
	1,20	(0,126 ; 1,918)	(0,068 ; 2,716)	(0,011 ; 4,023)	(-0,014 ; 5,070)
		10,6 ; 1,3	13,6 ; 1,5	17,6 ; 2,0	42,1 ; 4,2
	1,60	(0,502 ; 0,819)	(0,521 ; 0,946)	(0,541 ; 1,112)	(0,539 ; 1,275)
		2,7 ; 1,1	3,0 ; 1,1	3,6 ; 1,1	4,0 ; 1,2
5	2,20	(0,725 ; 0,506)	(0,744 ; 0,609)	(0,770 ; 0,725)	(0,792 ; 0,798)
		1,5 ; 1,0	1,5 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,7 ; 1,0
	3,00	(0,919 ; 0,288)	(0,932 ; 0,391)	(0,952 ; 0,505)	(0,969 ; 0,578)
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0
	1,20	(0,170 ; 1,121)	(0,144 ; 1,491)	(0,126 ; 1,979)	(0,114 ; 2,389)
		5,8 ; 1,0	7,0 ; 1,1	8,6 ; 1,2	9,8 ; 1,2
	1,60	(0,458 ; 0,465)	(0,468 ; 0,553)	(0,482 ; 0,658)	(0,492 ; 0,733)
		1,6 ; 1,0	1,7 ; 1,0	1,9 ; 1,0	2,0 ; 1,0
	2,20	(0,692 ; 0,191)	(0,700 ; 0,270)	(0,710 ; 0,362)	(0,718 ; 0,424)
		1,1 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,2 ; 1,0
10	3,00	(0,800 ; 0,079)	(0,800 ; 0,165)	(0,800 ; 0,266)	(0,800 ; 0,335)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	1,20	(0,166 ; 0,628)	(0,178 ; 0,785)	(0,166 ; 1,023)	(0,162 ; 1,194)
		3,4 ; 1,0	3,9 ; 1,0	4,6 ; 1,0	5,2 ; 1,0
	1,60	(0,440 ; 0,213)	(0,444 ; 0,277)	(0,452 ; 0,349)	(0,458 ; 0,399)
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,3 ; 1,0
	2,20	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	3,00	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
20	1,20	(0,166 ; 0,628)	(0,178 ; 0,785)	(0,166 ; 1,023)	(0,162 ; 1,194)
		3,4 ; 1,0	3,9 ; 1,0	4,6 ; 1,0	5,2 ; 1,0
	1,60	(0,440 ; 0,213)	(0,444 ; 0,277)	(0,452 ; 0,349)	(0,458 ; 0,399)
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,3 ; 1,0
	2,20	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	3,00	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	1,20	(0,166 ; 0,628)	(0,178 ; 0,785)	(0,166 ; 1,023)	(0,162 ; 1,194)
		3,4 ; 1,0	3,9 ; 1,0	4,6 ; 1,0	5,2 ; 1,0

Tabela II. 4 - Parâmetros ( $k_D$ ,  $h_D$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um decréscimo da variância do processo

$\bar{n}$	$\sigma_1/\sigma_0$	$ARL_0$			
		100	200	500	1000
2	0,80	( 1,400 ; 17,839 )	( 1,400 ; 24,498 )	( 1,400 ; 35,369 )	( 1,426 ; 41,996 )
		30,6 ; 6,5	42,4,6 ; 8,4	61,0 ; 11,6	77,9 ; 13,8
	0,60	( 1,470 ; 16,233 )	( 1,540 ; 19,772 )	( 1,600 ; 24,777 )	( 1,628 ; 28,825 )
		12,3 ; 4,7	15,8 ; 5,6	20,8 ; 7,0	24,7 ; 8,1
	0,40	( 1,714 ; 12,692 )	( 1,786 ; 15,366 )	( 1,850 ; 19,063 )	( 1,882 ; 21,968 )
		6,1 ; 3,1	7,4 ; 3,7	9,3 ; 4,5	10,7 ; 5,1
	0,20	( 2,122 ; 9,748 )	( 2,186 ; 11,886 )	( 2,246 ; 14,790 )	( 2,278 ; 17,033 )
		3,0 ; 2,0	3,5 ; 2,3	4,3 ; 2,7	4,8 ; 3,1
3	0,80	( 0,672 ; 9,810 )	( 0,704 ; 12,120 )	( 0,732 ; 15,387 )	( 0,746 ; 17,991 )
		16,7 ; 3,6	22,0 ; 4,3	29,8 ; 5,4	36,1 ; 6,2
	0,60	( 0,862 ; 6,892 )	( 0,898 ; 8,326 )	( 0,930 ; 10,304 )	( 0,946 ; 11,856 )
		6,2 ; 2,3	7,5 ; 2,7	9,4 ; 3,2	10,8 ; 3,6
	0,40	( 1,122 ; 5,127 )	( 1,154 ; 6,222 )	( 1,184 ; 7,707 )	( 1,200 ; 8,854 )
		2,9 ; 1,6	3,4 ; 1,8	4,1 ; 2,1	4,7 ; 2,3
	0,20	( 1,662 ; 3,499 )	( 1,634 ; 4,469 )	( 1,626 ; 5,720 )	( 1,624 ; 6,669 )
		1,5 ; 1,0	1,7 ; 1,1	2,0 ; 1,3	2,2 ; 1,5
5	0,80	( 0,406 ; 4,734 )	( 0,426 ; 5,720 )	( 0,422 ; 7,125 )	( 0,450 ; 8,232 )
		9,6 ; 2,0	11,9 ; 2,3	15,2 ; 2,8	17,8 ; 3,1
	0,60	( 0,612 ; 3,005 )	( 0,630 ; 3,678 )	( 0,646 ; 4,529 )	( 0,654 ; 5,189 )
		3,3 ; 1,3	3,9 ; 1,4	4,6 ; 1,7	5,2 ; 1,9
	0,40	( 0,936 ; 2,023 )	( 0,926 ; 2,539 )	( 0,926 ; 3,203 )	( 0,928 ; 3,703 )
		1,6 ; 1,0	1,8 ; 1,0	2,1 ; 1,1	2,3 ; 1,2
	0,20	( 1,958 ; 0,656 )	( 1,884 ; 1,107 )	( 1,738 ; 1,766 )	( 1,604 ; 2,312 )
		1,0 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,2 ; 1,0
10	0,80	( 0,280 ; 2,100 )	( 0,290 ; 2,519 )	( 0,298 ; 3,103 )	( 0,302 ; 3,557 )
		5,1 ; 1,1	6,1 ; 1,2	7,4 ; 1,5	8,4 ; 1,6
	0,60	( 0,518 ; 1,172 )	( 0,516 ; 1,446 )	( 0,520 ; 1,793 )	( 0,522 ; 2,059 )
		1,7 ; 1,0	2,0 ; 1,0	2,2 ; 1,0	2,5 ; 1,0
	0,40	( 1,028 ; 0,446 )	( 1,004 ; 0,667 )	( 0,962 ; 0,967 )	( 0,924 ; 1,704 )
		1,1 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,1
	0,20	( 1,450 ; 0,011 )	( 1,450 ; 0,197 )	( 1,450 ; 0,435 )	( 1,450 ; 0,610 )
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
20	0,80	( 0,236 ; 0,993 )	( 0,240 ; 1,195 )	( 0,245 ; 1,460 )	( 0,248 ; 1,662 )
		2,9 ; 1,0	3,4 ; 1,0	3,9 ; 1,0	4,4 ; 1,0
	0,60	( 0,538 ; 0,398 )	( 0,528 ; 0,530 )	( 0,513 ; 0,707 )	( 0,502 ; 0,841 )
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,4 ; 1,0
	0,40	( 0,900 ; 0,012 )	( 0,900 ; 0,122 )	( 0,900 ; 0,260 )	( 0,900 ; 0,360 )
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	0,20	( 0,900 ; 0,012 )	( 0,900 ; 0,122 )	( 0,900 ; 0,260 )	( 0,900 ; 0,360 )
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0



## ANEXO III - TABELAS REFERENTES À CARTA CUSUM – FASE 1

Tabela III. 1 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k$  e  $h$  – Carta *CUSUM* -Fase 1 (parte 1 de 2)

		$h$																			
		0,5	0,625	0,75	0,875	1	1,125	1,25	1,375	1,5	1,625	1,75	1,875	2	2,125	2,25	2,375	2,5	2,625	2,75	2,875
$k$	0,125	1,77	1,99	2,27	2,55	2,86	3,22	3,6	4,01	4,47	4,96	5,47	6,02	6,6	7,25	7,9	8,6	9,33	10,11	10,88	11,69
	0,25	2,07	2,38	2,71	3,09	3,53	3,99	4,54	5,13	5,79	6,5	7,31	8,15	9,12	10,11	11,18	12,37	13,62	15	16,41	17,99
	0,375	2,47	2,84	3,3	3,81	4,41	5,07	5,85	6,71	7,71	8,82	10,04	11,43	12,95	14,62	16,6	18,67	21,09	23,55	26,38	29,62
	0,5	2,97	3,46	4,09	4,76	5,63	6,57	7,68	9,07	10,49	12,29	14,36	16,62	19,25	22,24	25,63	29,54	34,11	39,19	44,82	51,55
	0,625	3,6	4,29	5,13	6,09	7,28	8,69	10,35	12,45	14,82	17,62	20,96	25,02	29,62	35,1	41,78	49,22	58,08	68,38	80,32	94,26
	0,75	4,47	5,41	6,54	7,89	9,59	11,67	14,28	17,43	21,28	25,89	31,67	38,69	47,07	57,41	69,79	85,44	102,73	124,82	151,6	182,37
	0,875	5,61	6,85	8,45	10,4	12,93	16,01	19,95	25,09	31,31	39,17	48,75	61,61	77,24	96,63	121,3	150,8	189,48	236,61	293,69	367,28
	1	7,15	8,87	11,1	13,97	17,64	22,29	28,59	36,45	46,84	60,3	77,56	100,83	129,62	167,05	215,39	278,59	361,04	462,2	594,23	760,95
	1,125	9,18	11,59	14,77	18,99	24,46	31,78	41,49	54,3	71,14	94,18	126,17	166,57	221,35	293,39	391,52	521,85	692,98	922,1	1227,08	
	1,25	11,95	15,46	20,05	26,08	34,55	45,99	61,21	82,23	110,33	150,2	206,11	281,09	382,29	523,47	721,63	994,33	1366,06			
	1,375	15,91	20,75	27,43	36,57	49,22	66,59	91,17	125,47	173,26	241,41	336,4	477,78	672,58	951,95	1343,41					
	1,5	21,45	28,41	38,24	51,82	70,85	98,33	136,48	194,16	275,25	391,82	566,13	817,4	1183,57							

Tabela III. 2 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k$  e  $h$  - Carta *CUSUM* -Fase 1 (parte 2 de 2)

		$h$																			
		3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	10	11	12	13	14	15	16
$k$	0,125	12,69	16,74	21,6	27,41	34,03	42,09	51,34	61,8	74,78	88,96	105,88	124,43	146,32	200,15	270,45	361,54	475,84	629,7	827,13	1086,07
	0,25	19,71	27,75	38,4	52,45	70,73	94,9	125,12	165,47	215,81	283,41	368,5	478,42	622,29	1038,15						
	0,375	32,85	50,61	76,72	114,83	169,97	250,53	370,84	546,47	796,06	1162,15										
	0,5	58,78	99,83	168,68	280,27	464,62	765,14	1279,58													
	0,625	110,86	211,02	398,77	746,56	1401,86															
	0,75	221,18	474,27	995,84	2128,61																
	0,875	456,42	1098,76																		
	1	983,29	2662,54																		

## ANEXO IV – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA CUSUM – FASE 2

Tabela IV. 1 - Tabela interpolada de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta *CUSUM* -Fase 2 (Parte 1 de 3)

		$k$													
		0,125	0,1563	0,1875	0,2188	0,25	0,2813	0,3125	0,3438	0,375	0,4063	0,4375	0,4688	0,5	0,5313
ARL	50	6,0001	5,4539	5,0211	4,6691	4,3743	4,12	3,8947	3,6906	3,5028	3,3282	3,1649	3,0118	2,8684	2,7343
	100	7,8751	7,1928	6,5965	6,0769	5,6244	5,23	4,8853	4,5826	4,3151	4,0771	3,8634	3,6702	3,494	3,3322
	250	10,75	9,61	8,6837	7,9203	7,2813	6,7383	6,2701	5,8611	5,4998	5,1778	4,8888	4,6278	4,3911	4,1756
	370	12,0938	10,715	9,6183	8,7311	7,9998	7,3854	6,8599	6,403	6,0007	5,6428	5,3221	5,0331	4,7717	4,5344
	500	13,1563	11,6102	10,3816	9,3907	8,5782	7,8998	7,3235	6,826	6,3904	6,0048	5,6603	5,3506	5,0706	4,8165
	1000	15,6992	13,7265	12,1732	10,934	9,9297	9,1014	8,406	7,8119	7,2966	6,8438	6,4417	6,0818	5,7577	5,4644

Tabela IV. 2 - Tabela interpolada de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta *CUSUM* -Fase 2 (Parte 2 de 3)

		<i>k</i>														
		0,5625	0,5938	0,625	0,6563	0,6875	0,7188	0,75	0,7813	0,8125	0,8438	0,875	0,9063	0,9375	0,9688	1
ARL	50	2,6091	2,4926	2,3843	2,2838	2,1906	2,1041	2,0238	1,949	1,8792	1,8137	1,752	1,6937	1,6382	1,585	1,5338
	100	3,1827	3,0439	2,9147	2,7942	2,6815	2,5762	2,4776	2,3855	2,2992	2,2183	2,1423	2,0708	2,0031	1,9388	1,8774
	250	3,9787	3,7981	3,6319	3,4783	3,3359	3,2033	3,0794	2,9633	2,8542	2,7517	2,655	2,564	2,4783	2,3974	2,3212
	370	4,3184	4,1211	3,9401	3,7734	3,619	3,4755	3,3414	3,2155	3,0971	2,9855	2,8802	2,7808	2,687	2,5987	2,5155
	500	4,5851	4,3736	4,1796	4,0009	3,8355	3,6819	3,5386	3,4044	3,2784	3,1598	3,0481	2,9429	2,8438	2,7505	2,6627
	1000	5,198	4,955	4,7326	4,5282	4,3395	4,1646	4,0017	3,8494	3,7065	3,5722	3,4456	3,3264	3,214	3,1082	3,0086

Tabela IV. 3 - Tabela interpolada de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$  - Carta *CUSUM* -Fase 2 (Parte 3 de 3)

		$k$															
ARL		1,0313	1,0625	1,0938	1,125	1,1563	1,1875	1,2188	1,25	1,2813	1,3125	1,3438	1,375	1,4063	1,4375	1,4688	1,5
	50	1,484	1,4354	1,3877	1,3406	1,294	1,2479	1,2025	1,158	1,1149	1,0738	1,0352	0,9995	0,967	0,9369	0,9074	0,8751
	100	1,8185	1,7616	1,7067	1,6533	1,6015	1,5511	1,5021	1,4547	1,4089	1,3646	1,322	1,2809	1,241	1,202	1,1635	1,1251
	250	2,2492	2,181	2,1162	2,0543	1,9949	1,9376	1,8821	1,8282	1,7761	1,726	1,6781	1,6328	1,5902	1,5501	1,5107	1,4688
	370	2,4371	2,3631	2,293	2,2262	2,1623	2,1009	2,0417	1,9847	1,9299	1,8778	1,8288	1,7831	1,7405	1,6995	1,6562	1,6035
	500	2,5801	2,5021	2,4284	2,3583	2,2915	2,2273	2,1656	2,106	2,0487	1,9939	1,9419	1,8932	1,8476	1,8042	1,7604	1,7109
	1000	2,9147	2,8262	2,7425	2,6632	2,5877	2,5154	2,446	2,3794	2,3154	2,2543	2,1966	2,1426	2,0922	2,0445	1,9968	1,9434



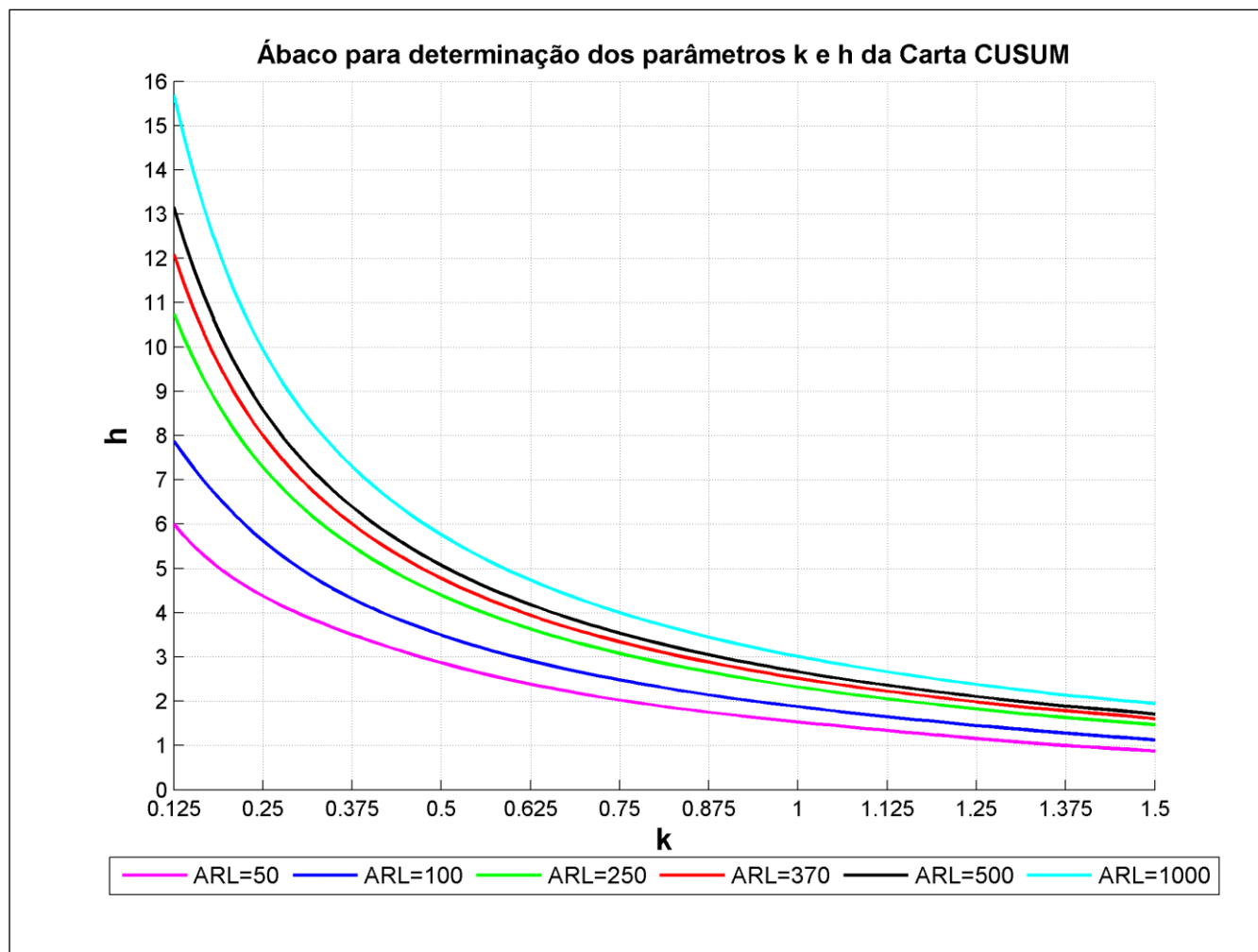


Figura IV. 1 - Valores de  $k$  e  $h$  referentes à carta CUSUM, em função de diferentes  $ARL_{EC}$  – Fase 2

## ANEXO V – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA CUSUM – FASE 3

Tabela V. 1 - Tabela final dos parâmetros calculados para a carta *CUSUM* – Fase 3

			delta $\delta$											
			0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
ARL	50	k <sub>otimo</sub>	0,1875	0,25	0,281	0,531	0,593	0,75	0,875	0,968	1,25	1,312	1,375	1,375
		h <sub>otimo</sub>	5,0211	4,374	4,12	2,734	2,492	2,023	1,752	1,585	1,158	1,073	0,999	0,999
		ARL <sub>FC_min</sub>	28,538	14,600	9,039	6,141	4,463	3,427	2,742	2,262	1,912	1,645	1,450	1,308
	100	k <sub>otimo</sub>	0,125	0,281	0,406	0,468	0,593	0,75	0,9063	0,968	1,125	1,25	1,312	1,5
		h <sub>otimo</sub>	7,8751	5,23	4,077	3,670	3,043	2,477	2,070	1,938	1,653	1,454	1,364	1,125
		ARL <sub>FC_min</sub>	42,988	19,402	11,149	7,363	5,310	4,024	3,194	2,607	2,178	1,861	1,618	1,437
	250	k <sub>otimo</sub>	0,125	0,25	0,375	0,531	0,656	0,687	0,906	0,968	1,062	1,281	1,406	1,5
		h <sub>otimo</sub>	10,75	7,281	5,499	4,175	3,478	3,335	2,564	2,397	2,181	1,776	1,590	1,468
		ARL <sub>FC_min</sub>	64,545	25,896	14,292	9,160	6,43	4,836	3,784	3,059	2,552	2,158	1,859	1,636
	370	k <sub>otimo</sub>	0,125	0,25	0,406	0,531	0,656	0,687	0,875	0,968	1,093	1,218	1,343	1,5
		h <sub>otimo</sub>	12,093	7,999	5,642	4,534	3,773	3,619	2,880	2,598	2,293	2,041	1,828	1,603
		ARL <sub>FC_min</sub>	74,995	28,694	15,620	9,925	6,928	5,184	4,040	3,257	2,707	2,286	1,970	1,721
	500	k <sub>otimo</sub>	0,125	0,25	0,343	0,531	0,625	0,781	0,875	0,968	1,125	1,25	1,312	1,5
		h <sub>otimo</sub>	13,156	8,578	6,826	4,816	4,179	3,404	3,048	2,750	2,358	2,106	1,993	1,710
		ARL <sub>FC_min</sub>	83,422	31,028	16,650	10,503	7,325	5,449	4,238	3,408	2,816	2,385	2,049	1,790
	1000	k <sub>otimo</sub>	0,125	0,25	0,375	0,5	0,656	0,75	0,875	1,031	1,125	1,281	1,343	1,468
		h <sub>otimo</sub>	15,699	9,929	7,296	5,757	4,528	4,001	3,445	2,914	2,663	2,315	2,196	1,996
		ARL <sub>FC_min</sub>	103,333	36,470	19,011	11,838	8,195	6,068	4,683	3,753	3,099	2,610	2,239	1,952

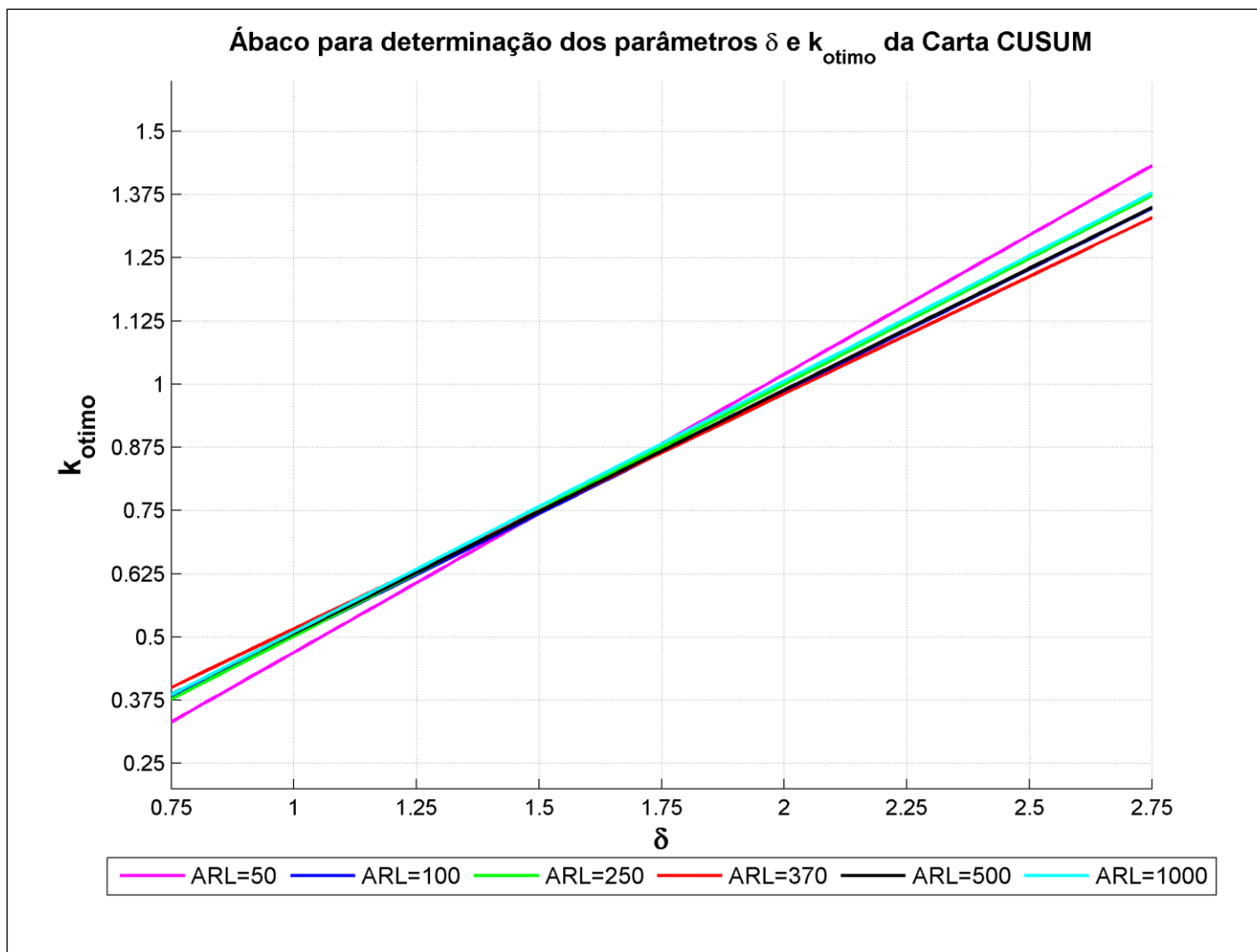


Figura V. 1 - Tabela final dos parâmetros calculados para a carta CUSUM – Fase 3

ANEXO VI – TABELAS REFERENTES À CARTA *CUSUM-LN* (*S*<sup>2</sup>) – FASE 1

Tabela VI. 1 - Tabela intermédia de *ARL<sub>EC</sub>* em função de *k<sub>c</sub>* e *h<sub>c</sub>* para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA *CUSUM-LN*(*S*<sup>2</sup>) – FASE 1

		H																																		
		0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	
k	0,001	2,9	3,3	3,5	3,8	4,1	4,3	4,7	5,1	5,5	5,9	6,4	6,9	7,5	8,1	8,8	9,5	10,2	11,0	12,9	15,0	17,3	19,8	22,8	26,1	29,5	33,3	37,7	42,4	76,3	133,0	227,1	382,8	640,9	1067,1	
	0,05	3,1	3,6	3,8	4,1	4,4	4,8	5,2	5,6	6,1	6,6	7,2	7,8	8,5	9,2	10,0	11,0	11,9	12,9	15,2	17,9	20,8	24,2	28,4	32,6	37,3	42,7	48,5	55,7	106,8	199,4	366,3	669,5	1215,1		
	0,1	3,3	3,9	4,2	4,5	4,9	5,3	5,7	6,2	6,8	7,5	8,1	8,9	9,7	10,6	11,7	12,7	13,9	15,4	18,3	21,8	25,7	30,4	35,7	41,6	48,4	56,1	65,5	75,6	156,1	315,9	632,3	1262,6			
	0,15	3,6	4,2	4,5	4,9	5,4	5,9	6,4	7,0	7,7	8,5	9,3	10,3	11,3	12,4	13,7	15,1	16,6	18,4	22,3	27,0	32,4	38,6	45,8	54,5	64,6	76,3	89,7	105,6	237,2	522,7	1147,1				
	0,2	3,9	4,6	5,0	5,5	6,0	6,6	7,2	8,0	8,8	9,7	10,8	11,9	13,2	14,6	16,3	18,1	20,2	22,3	27,6	33,9	41,4	50,0	61,0	73,3	88,1	106,1	127,2	152,4	376,5	910,7	2220,8				
	0,25	4,3	5,1	5,5	6,1	6,7	7,4	8,2	9,0	10,1	11,2	12,6	13,9	15,7	17,6	19,7	22,0	24,7	27,6	34,7	43,3	53,6	66,9	82,5	100,8	123,6	152,4	185,7	227,3	620,3	1680,8					
	0,3	4,7	5,6	6,2	6,8	7,5	8,4	9,4	10,4	11,6	13,1	14,8	16,6	18,8	21,2	23,9	26,9	30,7	34,8	44,4	56,9	71,7	90,7	114,3	143,5	179,6	224,7	280,6	349,1	1063,6						
	0,35	5,1	6,2	6,9	7,7	8,6	9,6	10,8	12,1	13,7	15,5	17,6	20,0	22,7	26,1	29,7	34,1	38,9	44,4	57,8	75,8	97,8	126,7	163,5	210,4	268,0	342,9	436,2	559,7	1918,2						
	0,4	5,7	7,0	7,8	8,7	9,8	11,1	12,5	14,2	16,2	18,5	21,0	24,4	28,0	32,2	37,5	43,1	50,0	58,0	77,5	103,5	136,7	181,5	238,5	313,7	411,5	541,9	710,8	935,6	3626,7						
	0,45	6,3	7,9	8,8	10,0	11,4	12,9	14,6	16,9	19,4	22,3	25,9	29,8	34,8	40,7	47,7	55,9	65,8	76,4	106,5	144,4	197,4	265,9	362,0	485,4	654,3	881,9	1192,1								
	0,5	7,1	9,0	10,1	11,5	13,1	15,1	17,3	20,0	23,4	27,1	31,9	37,7	44,0	52,3	62,1	73,7	87,6	103,7	147,1	207,4	290,4	407,6	562,4	779,3	1076,3										
	0,55	8,1	10,3	11,7	13,4	15,5	17,9	20,9	24,4	28,5	33,8	39,9	47,4	56,9	68,3	81,8	98,8	119,0	143,9	209,8	306,1	442,0	634,8	910,1	1293,3											
	0,6	9,1	11,9	13,6	15,8	18,3	21,5	25,2	29,8	35,5	42,5	50,7	61,4	74,3	91,0	110,3	136,2	164,8	205,0	307,6	464,7	687,6	1022,2													
	0,65	10,4	13,7	16,0	18,6	21,9	26,1	30,8	36,9	44,6	53,9	65,8	79,9	98,0	121,9	151,3	188,6	235,8	295,2	460,2	716,7	1107,3														
	0,7	12,0	16,2	18,9	22,4	26,4	31,8	38,3	46,2	56,5	69,6	85,4	107,2	134,1	168,7	213,4	269,9	344,1	437,0	711,7	1142,3															
	0,8	16,3	23,1	27,3	33,0	40,2	48,9	60,9	75,5	95,1	120,7	154,7	199,4	257,5	338,7	443,6	589,4	776,8	1032,0																	
	0,9	23,2	33,9	41,4	51,4	63,8	80,2	102,2	130,4	170,9	224,8	297,3	399,5	538,6	741,9	1011,8																				
	1	34,0	52,1	65,2	83,2	106,6	138,7	182,5	243,0	326,4	446,0	615,9	865,6	1222,8																						

Tabela VI. 2 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 1 de 2)

		H																											
		1	1,5	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5
k	0,35													18,25	19,08	20	20,81	21,61	22,55	27,42	32,81	38,56	44,6	51,2	58,03	65,29	73,1	80,77	89,18
	0,4													20,77	21,8	22,86	24	25,13	26,22	32,19	39,28	46,82	55,25	64,42	74,74	85,23	96,75	110,26	123,97
	0,45													23,88	25,09	26,38	27,59	29,1	30,59	38,37	47,53	57,5	69,66	82,58	97,8	115,24	133,21	154,71	177,98
	0,5													27,25	28,78	30,32	32,05	33,85	35,79	45,9	57,98	72,74	89,15	108,39	131,18	157,54	188,55	222,86	264,25
	0,55													31,35	33,18	35,36	37,5	39,55	41,79	55,09	70,79	90,86	115,01	143,49	178,32	221,52	271,4	331,43	405,44
	0,6													36,3	38,4	40,96	43,54	46,45	49,2	66,25	87,73	115,24	148,73	191,8	244,64	310,23	393,7	499,63	621,69
	0,65													41,65	44,68	47,57	50,96	54,51	58,2	79,77	108,62	145,25	194,65	257,09	339,27	443,75	582,6	757,42	981,73
	0,7													48,25	51,72	55,54	59,65	64,12	68,62	96,71	134,89	184,65	253,07	346,47	467,09	626,76	853,67	1146,26	
	0,75													55,68	60,09	64,68	69,96	75,45	81,51	116,98	167,18	236,76	331,09	466,4	643,49	900,39	1258,98		
	0,8													64,18	69,37	75,45	81,93	88,53	95,94	140,94	206,32	299,41	431,88	622,86	887,54	1279,56			
	0,85													74,37	80,43	87,71	95,99	103,74	112,38	168,68	254,72	376,41	564,42	834,57	1227,72				
	0,9													85,15	92,84	101,73	110,12	121,36	132,63	204,8	313,14	474,4	726,64	1097,77					
	0,95													98,13	107,12	118,3	129,43	141,17	155,42	244,78	380,66	595,74	930,54	1432,01					
	1								68,55	75,81	83,32	92,11	101,45	112,17	123,68	136,21	149,98	164,71	181,74	290,47	466,54	740,24	1181						
	1,05								76,98	85,85	94,77	104,44	116,11	127,57	141,42	156,14	172,48	191,77	211,43	345,52	564,79	920,8	1487,61						
	1,1								86,98	96,81	106,85	118,49	132,09	145,71	162,37	180,02	200,53	221,18	244,74	408,73	676,49	1131,21							
	1,15								97,76	107,99	120,27	133,65	150,25	166,12	184,89	206,55	228,84	254,34	284,26	480,95	818,37	1371,49							
	1,2	19,28	34,71	61,65	69,05	77,25	86,73	96,98	108,16	121,74	135,65	150,69	168,91	187,86	211,11	234,99	263	292,09	325,96	563,23	966,5	1658,02							
	1,25	20,82	37,85	68,17	76,72	85,91	96,29	108,04	121,26	136,04	152,42	170,65	191,03	213,01	239,78	266,67	300,45	336,22	375,04	657,5	1152,51								

Tabela VI. 3 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 2 de 2)

		9	9,5	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
k	0,35	98,51	107,64	116,83	137,01	158,1	181,59	204,88	230,17	256,62	283,84	311,97	340,93	371,13	402,27	434,17	464,8	498,68	535,39	570,31	606,38	643,3	678,77	719,12	754,78	795,55	834,73	874,67	916,68	952,09	997,45	1036,98
	0,4	137,65	154,05	171,25	207,95	249,5	294,45	349,54	405	468,41	540,17	613	699,47	790,87	892,18	997,43	1120,86															
	0,45	203,92	232,49	264,08	336,95	426,23	535,24	659,72	810,82	997,2	1214,16																					
	0,5	310,77	362,78	425,3	577,86	781,11	1034,9																									
	0,55	490,21	592,11	719,52	1042,49																											
	0,6	786,94	982,25	1233,11																												
	0,65	1274,59																														
	0,7																															
	0,75																															
	0,8																															
	0,85																															
	0,9																															
	0,95																															
	1																															
	1,05																															
	1,1																															
	1,15																															
	1,2																															
	1,25																															

Tabela VI. 4 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_c$  e  $h_c$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 1 de 2)

		H																					
		0,1	0,2	0,25	0,3	0,33	0,35	0,37	0,4	0,41	0,43	0,47	0,5	0,55	0,57	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
k	0,001	2,8	3,3	3,62	3,93	4,16	4,3	4,43	4,71	4,8	4,97	5,35	5,67	6,22	6,42	6,8	7,45	8,19	8,97	9,79	10,68	11,77	12,81
	0,05	3,05	3,66	4,01	4,38	4,64	4,84	5,02	5,32	5,42	5,66	6,12	6,5	7,2	7,51	7,92	8,76	9,73	10,75	11,86	13,01	14,37	15,72
	0,1	3,35	4,05	4,48	4,95	5,26	5,5	5,77	6,12	6,21	6,49	7,08	7,54	8,46	8,79	9,4	10,52	11,74	13,02	14,61	16,13	17,88	19,86
	0,15	3,72	4,56	5,07	5,62	6	6,32	6,6	7,09	7,23	7,58	8,32	8,95	10,08	10,54	11,37	12,77	14,29	16,27	18,25	20,61	23,15	25,96
	0,2	4,12	5,14	5,79	6,51	6,98	7,31	7,67	8,29	8,54	8,92	9,86	10,69	12,16	12,79	13,75	15,75	18	20,45	23,32	26,62	30,4	34,62
	0,25	4,65	5,84	6,65	7,52	8,15	8,59	9,09	9,81	10,13	10,63	11,86	12,88	14,86	15,78	17,12	19,81	22,84	26,44	30,73	35,4	40,85	47,22
	0,3	5,26	6,75	7,76	8,86	9,66	10,22	10,81	11,84	12,2	12,89	14,45	15,96	18,53	19,75	21,69	25,32	29,87	35,16	41,16	48,65	56,61	66,65
	0,35	6,02	7,88	9,03	10,55	11,53	12,27	12,99	14,35	14,78	15,78	17,9	19,9	23,54	25,08	27,87	33,41	39,59	47,27	56,73	67,88	80,84	96,99
	0,4	6,94	9,26	10,84	12,67	13,97	14,9	15,95	17,71	18,33	19,74	22,7	25,32	30,29	32,72	36,55	44,5	53,99	66	80,38	97,67	119,51	145,38
	0,45	8,07	11,05	13,02	15,46	17,16	18,43	19,83	22,09	23,13	24,86	29,06	32,49	40,02	43,38	49,28	60,79	75,01	93,64	116,22	146,48	180,54	224,18
	0,5	9,49	13,21	15,87	19,03	21,42	23,06	24,99	28,12	29,48	31,95	37,95	43,06	53,26	58,75	67,36	84,41	108,08	136,66	174,16	221,38	282,44	360,81
	0,55	11,26	16,1	19,54	23,9	27,05	29,33	31,95	36,13	38,07	41,68	50,33	57,97	73,27	81,16	93,57	121,54	157,63	204,97	266,58	351,75	459,17	597,9
	0,6	13,56	19,81	24,64	30,23	34,61	38	41,75	47,95	50,18	55,62	67,79	78,98	102,29	114,04	135,06	177,45	237,41	317,88	426,5	572,42	767,04	1032,63
	0,65	16,57	24,99	24,52	39,17	45,5	49,97	55,17	64,26	67,61	74,98	92,77	110,45	146,73	164,7	196,98	265,63	363,51	499,85	691,56	963,44	1325,36	
	0,7	20,31	31,51	40,09	51,11	59,69	66,61	73,99	87,75	92,53	103,63	130,57	155,76	213,18	242,08	294,47	408,17	579,83	816,96	1164,93			
	0,8	32,43	53,3	69,7	92,96	111,11	125,64	141,45	172,71	183,77	211,05	274,23	339,34	486,89	563,86	713,07	1046,26						
0,9	54,19	96,04	130,82	181,02	223,22	256,46	295,43	368,84	397,36	461,87	636,91	806,34	1224,94	1452,61									
1	96,84	185,16	262,87	383,67	485,3	571,77	668,41	861,77	939,19	1121,74													

Tabela VI. 5 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_c$  e  $h_c$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 2 de 2)

		H																						
		1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,2	2,5	2,7	3	3,2	3,4	3,5	3,7	4	4,2	4,5	5
k	0,001	13,85	16,29	19,01	22,18	25,67	29,42	33,58	38,42	43,61	49,71	56,09	72,03	101,8	128,83	179,52	225,42	278,4	311,83	384,52	521,94	644,67	882,95	1477,32
	0,05	17,29	20,7	24,51	29,11	34,04	39,73	46,37	53,84	62,44	72,53	84,32	111,74	168,92	221,54	330,6	430,85	561,17	642,98	834,84	1229,65			
	0,1	22,09	26,97	32,56	39,3	47,44	56,4	67,02	80,03	94,84	112,97	133,74	186,04	304,46	419,78	679,75	934,22	1229,71	1502,29					
	0,15	29,03	36,3	45,32	55,34	68,57	83,66	101,36	124,71	151,9	184,28	224,72	330,88	588,39	857,66	1518,86								
	0,2	39,08	50,22	63,74	81,03	102,57	128,08	161,71	203,51	255,58	320,17	402,65	628,46	1229,13										
	0,25	54,16	71,52	94,35	123,18	160,45	208,48	269,67	352	456,46	591,67	765,07	1222,81	2762,29										
	0,3	77,67	105,85	143,82	196,39	263,05	352,8	475,21	638,7	860,66	1155,86	1550,65												
	0,35	115,66	163,79	228,76	320,81	449,08	629,97	877,27	1223,12															
	0,4	176,36	260,38	384,03	553,98	803,69	1170,63	1710,9																
	0,45	278,95	430,72	656,53	1004,45																			
	0,5	461,01	737,33	1187,42																				
	0,55	788,86	1328,21																					
	0,6																							
	0,65																							
	0,7																							
	0,8																							
	0,9																							
1																								

Tabela VI. 6 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 1 de 2)

		H																								
		0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,1
k	0,25								11,67	12,72	13,88	15,12	16,34	17,74	19,04	20,53	21,97	23,61	25,31	26,84	28,55	30,51	32,37	34,25	36,48	38,59
	0,3								13,42	14,85	16,33	17,77	19,43	21,12	22,99	24,83	26,8	29,1	31,24	33,65	36,05	38,62	41,44	44,11	47,34	50,39
	0,35								15,54	17,29	19,03	21,01	23,06	25,39	27,8	30,27	32,87	35,99	39,35	42,26	45,92	49,52	53,81	58,13	62,32	66,92
	0,4								18,11	20,13	22,6	25,17	27,77	30,62	33,71	37,5	41,27	44,94	49,37	54,19	59,22	64,63	70,25	76,8	83,98	91,04
	0,45								20,98	23,7	26,63	29,79	33,2	37,42	41,54	46,24	50,97	56,79	62,95	69,72	76,77	84,37	93,47	102,88	113,39	123,98
	0,5								24,6	27,85	31,62	35,68	40,08	45,34	50,84	57,5	64,39	71,57	80,18	89,75	99,53	111,42	123,96	137,28	153,56	170,25
	0,55								28,6	32,99	37,51	42,76	48,49	55,16	62,55	70,88	79,87	90,66	102,53	116	130,37	146,4	164,74	185,97	207,94	233,11
	0,6								33,57	38,38	44,47	51,23	58,66	67,26	77,16	88,36	100,71	114,79	131,01	148,78	169,84	192,87	218,86	249,55	283,53	319,75
	0,65								39,18	45,59	53,14	61,44	71,14	81,94	94,44	109,42	126,16	143,75	167,8	192,43	219,56	252,03	290,2	335,63	383,24	438,88
	0,7								46,05	53,79	62,9	73,12	86,33	99,35	115,93	135,75	156,98	181,75	212,58	246,18	285,6	332,63	385,62	443,44	515,3	595,28
	0,75								53,73	63,32	74,6	88,01	102,91	120,61	141,32	166,07	195,28	228,89	268,47	313,41	367,97	430,75	500,9	590,69	687,76	802,93
	0,8								62,41	74,27	88,55	104,38	122,54	144,88	172,8	205,77	241,38	284,48	339,51	398,09	469,87	556,36	653,76	773,97	906,08	1075,92
	0,85								72,95	86,69	104,56	124,02	148,54	176,54	208,87	249,48	297,56	355,82	422,1	499,28	598,6	712,28	841,64	1000,36		
	0,9								84,95	101,74	122,97	146,28	176,4	212,93	252,36	305,8	364,16	437,85	523,96	624,1	752,16	904,93	1074,6			
	0,95								98,73	119,3	144,15	174,75	209,51	254,04	305,71	370,19	445,28	535,42	646,37	779,36	943,09	1130,62				
	1			43,34	52,68	64,1	77,75	94,31	114,82	139,56	168,56	205,39	248,27	301,58	368,43	445,21	538,91	651,92	791,77	963,02	1176,47					
	1,05			49,27	59,96	73,33	89,4	108,86	132,76	161,93	198,48	242,48	291,87	360	436,05	530,76	648,25	794,67	963,32	1183,16						
	1,1			55,82	68,53	83,84	102,05	125,74	153,74	187,86	230,94	281,86	347,26	427,29	521,2	636,43	781,58	958,1	1171,73							
	1,15			63,32	77,51	95,33	117,05	144,23	177,64	217,25	266,95	329,17	408,14	500,78	615,63	760,39	936,26	1144,35								
	1,2			71,67	88,29	109	133,39	164,26	203,21	251,32	310,48	383,44	472,89	586,08	723,32	894,61	1110,98									
	1,25			80,75	99,9	123,2	153,61	188,62	234,54	290,98	360,24	446,06	555,71	686,87	845,65	1054,06										
	1,3			91,96	113,58	140,67	174,8	217,1	268,08	335,75	414,27	518,62	641,48	802,82	996,98	1242,69										
	1,35		83,38	103,84	129,26	160,48	200,11	248,31	310,02	384,84	478,75	595,54	749,31	929,94	1157,73											
	1,4	75,68	94,57	117,37	146,29	182,49	227,66	282,47	354,43	441,03	553,55	692,22	870,98	1084,7												
	1,45	85,79	106,01	132,99	165,62	207,57	258,16	324,53	404,54	505,47	636,84	794,89	995,29	1249,73												
	1,5	96,41	120,62	150,4	188,79	235,02	293,06	369,42	460,81	578,62	730,17	920,25	1145,54													

Tabela VI. 7 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 1 – (Parte 2 de 2)

		H																								
		3,2	3,3	3,4	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14
k	0,25	40,66	42,99	45,46	47,68	60,73	75,97	93,13	113,03	135,21	160,89	188,29	219,66	253,78	290,96	334,09	379,26	429,32	483,32	547,04	613,78	683,31	771,12	849,8	948,09	1050,31
	0,3	53,8	57,27	60,4	64,46	86,19	111,97	144,94	183,98	230,32	288,07	356,87	436,29	535,53	651,18	793,62	954,94	1151,16								
	0,35	71,87	77,84	82,98	89,25	124,91	171,72	234,63	316,41	420,06	559,1	739,23	968,95	1262,33												
	0,4	98,47	107,08	116,2	126,07	186,73	273,86	393,81	566	804,39	1148,11															
	0,45	136,01	149,78	164,43	179,53	281,42	436,56	674,04	1037,88																	
	0,5	188,17	209,26	231,98	258,49	430,19	708,42	1160,12																		
	0,55	261,96	297,21	332,08	371,71	658,59	1151,18																			
	0,6	365,15	412,61	470,32	532,2	994,82	1838,08																			
	0,65	502,65	576,51	660,4	751,54	1496,08																				
	0,7	687,95	806,01	922,25	1066,54																					
	0,75	934,28	1102,56																							
	0,8																									
	0,85																									
	0,9																									
	0,95																									
	1																									

Tabela VI. 8 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_C$  e  $h_C$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 1

		H																							
		0,001	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	
k	0,001	1	2,79	3,33	4,04	4,88	5,97	6,6	7,24	8,03	8,83	9,73	10,69	11,68	12,83	13,95	15,18	32,48	62,72	114,99	202,73	349,71	596,68	1000,17	
	0,05	1	3,09	3,73	4,56	5,63	6,95	7,76	8,71	9,62	10,7	11,85	13,16	14,61	16,13	17,77	19,55	46,21	99,3	206,24	414,4	819,78	1617,51		
	0,1	1	3,4	4,17	5,25	6,52	8,31	9,34	10,46	11,86	13,27	14,89	16,72	18,72	20,8	23,27	25,86	69,09	171,55	413,41	963,62	2254,99			
	0,15	1	3,82	4,77	6,04	7,77	9,98	11,38	13,02	14,77	16,89	19,03	21,67	24,7	28,02	31,57	35,64	109,66	319,26	904,42	2527,71				
	0,2	1	4,3	5,46	7,08	9,24	12,34	14,16	16,37	18,99	21,84	25,3	29,06	33,34	38,43	44,19	50,47	183,5	636,9	2183,63					
	0,25	1	4,88	6,36	8,39	11,32	15,32	18,04	21,03	24,73	28,93	34	39,96	46,7	54,75	64,07	74,78	325,05	1381,4						
	0,3	1	5,62	7,45	10,12	13,92	19,65	23,31	27,69	33,26	39,54	47,28	56,47	67,47	80,38	96,12	114,23	614,29	3220,45						
	0,35	1	6,52	8,86	12,31	17,54	25,39	30,73	37,21	45,29	55,05	67,66	83,09	101,2	123,52	150,14	182,41	1223,15							
	0,4	1	7,65	10,6	15,33	22,36	33,54	41,53	51,44	63,99	80,15	100,17	125,41	156,54	196,41	243,99	304,38	2583,92							
	0,45	1	9,18	13,01	19,04	28,95	45,23	57,31	73	92,13	118,63	151,77	195,4	251,33	321,52	413,7	526,05	5856,81							
	0,5	1	10,98	16,07	24,46	38,44	62,73	80,62	105,58	137,84	180,78	239,77	316,7	420,48	553,86	731,88	958,28	13745,13							
	0,55	1	13,38	20,28	31,54	51,95	88,38	117,73	157,27	210,25	287,34	387,96	528,86	723,15	986,55	1338,1									
	0,6	1	16,55	25,66	41,92	71,54	128,48	174,53	238,38	333,02	464,37	653,88	915,64	1295,48											
	0,65	1	20,75	33,26	56,37	100,64	190,72	266,14	376,7	539,09	780,21	1131,01													
	0,7	1	26,31	43,85	77,41	145,64	290,26	414,67	609,01	903,18	1347,04														
	0,8	1	44,57	80,3	154,93	322,22	717,3	1104,98																	
0,9	1	81,65	160	337,97	785,75	1974,19																			
1	82,66	161,84	346,04	814,06	2117,83																				



Tabela VI. 9 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 1

		H																															
		0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9
k	0,25					6,72	7,68	8,76	9,86	12,47	15,34	18,79	22,69	27,12	31,81	37,37	43,36	49,75	57,23	65,53	74,68	78,97	106,59	140,23	182,21	234,26	296,78	373,63	468,4	580,45	717,44	880,54	1074,84
	0,3					7,6	8,73	9,96	11,41	14,54	18,37	22,89	28,1	34,21	41,31	49,42	58,93	69,36	81,52	95,5	111,31	119,64	172,37	244,6	341	472,16	644,83	880,38	1203,6				
	0,35					8,55	9,99	11,46	13,07	17,17	22,15	28,12	35,3	43,91	54,19	66,6	80,75	97,97	118,65	142,61	169,98	188,11	288,92	441,94	669,12	1016,5							
	0,4					9,77	11,35	13,19	15,33	20,34	26,68	34,66	44,77	56,84	72,17	90,56	112,87	141,26	175,29	217,36	267,26	297,18	498,31	829,24	1365,02								
	0,45					11,01	13,02	15,33	17,84	24,18	32,53	43	56,59	73,33	95,79	124,16	160,36	203,72	260,84	333,5	424,85	481,16	863,68	1566,65									
	0,5					12,61	14,89	17,86	20,82	28,81	39,42	53,55	72,16	95,55	128,3	170,65	224,98	298,24	392,18	514,78	673,03	771,39	1504,1										
	0,55					14,33	17,11	20,55	24,25	34,34	48,03	66,63	91,76	125,66	171,95	234,34	317,35	431,68	583,99	781,69	1064,55												
	0,6					16,34	19,67	23,8	28,62	40,85	58,51	81,99	116,05	163,68	229,99	319,31	445,64	620,98	859,89	1206,36													
	0,65					18,9	22,83	27,58	33,53	48,7	70,94	102,14	147,47	211,98	304,79	433,83	621,36	883,35	1265,88														
	0,7					21,55	26,32	32,14	39,27	58,33	86,17	127,1	187,03	272,87	403,99	588,71	862,27	1251,98															
	0,75					24,6	30,52	37,35	45,8	69,42	104,49	157,43	235,27	352,37	524,95	788,11	1184,53																
	0,8					28,34	35,2	43,5	53,84	82,26	125,57	192,37	294,15	448,88	682,59	1039,94																	
	0,85					32,63	40,53	50,47	62,6	97,63	152,53	236,24	366,45	569,38	888,42	1372,15																	
	0,9					37,53	46,72	58,89	73,42	116,34	182,09	288,03	455,03	718,08	1130,39																		
	0,95					42,89	54,25	68,31	86,02	136,82	218,83	349,09	560,87	896,03	1431,63																		
	1					49,44	62,42	79,41	100,23	161,16	261,84	425,54	687,3	1115,88																			
	1,05					57,13	72,28	91,91	117,41	191,28	311,12	507,22	834,66	1368,94																			
	1,1					65,14	83,33	106,7	136,38	224,04	369,85	609,65	1019,31																				
	1,15					75,53	96,67	123,67	157,8	265,35	439,13	735,34	1223,14																				
	1,2					86,3	111,61	143,78	186,21	310,21	516,32	871,74	1470,42																				
	1,25					100,2	129,04	166,81	214,64	363,1	612,66	1039,04																					
	1,3	41,74	53,6	69,31	88,84	115,27	148,29	193,05	250,64	422	718,1	1233,02																					
	1,35	47,79	60,91	78,85	102,33	132,81	172,33	224,1	292,5	495,42	855,08	1460,45																					
	1,4	54,2	70,08	90,24	117,26	152,04	198,44	258,8	336,87	578,62	997,08	1721,71																					
	1,45	61,89	80,08	103,22	134,47	175,1	230,16	298	394,97	673,62	1171,47																						
	1,5	70,23	91,26	118,27	155,04	203,06	265,21	346,4	452,16	789,24	1361,43																						

Tabela VI. 10 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_C$  e  $h_C$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 1

		H																							
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
k	0,001	2,37	2,54	2,8	3,38	4,14	5,1	6,27	6,98	7,73	8,52	9,47	10,41	11,5	12,56	13,82	15,06	16,41	35,47	69,05	126,26	224,38	388,83	664,73	1118,98
	0,05	2,6	2,8	3,08	3,8	4,73	5,96	7,49	8,37	9,34	10,52	11,74	13,07	14,54	16,21	17,8	19,76	21,9	52,59	117,02	247,18	512,82	1040,57		
	0,1	2,85	3,12	3,46	4,35	5,51	7,06	9,05	10,29	11,67	13,26	14,9	16,92	19,03	21,53	24,04	27,05	30,21	83,84	218,21	552,41	1360,77			
	0,15	3,19	3,48	3,92	4,99	6,51	8,53	11,2	12,94	14,8	17,06	19,65	22,44	25,68	29,35	33,46	38,05	43,25	142,8	449,28	1373,89				
	0,2	3,58	3,94	4,47	5,84	7,73	10,35	14,12	16,46	19,23	22,59	26,28	30,85	35,72	41,47	48,45	55,85	65	260,48	1010,42					
	0,25	4,04	4,49	5,12	6,86	9,36	12,94	18,1	21,58	25,59	30,51	36,56	43,4	51,89	61,13	72,41	85,9	100,89	509,9	2493,33					
	0,3	4,62	5,18	5,99	8,2	11,48	16,46	23,91	28,97	35,31	43,03	52,43	63,92	76,98	93,9	114,51	139,13	167,6	1065,89						
	0,35	5,36	6,04	7,08	9,98	14,41	21,29	32,15	39,78	49,61	61,68	77,28	96,13	119,89	149,46	187,95	231,47	289,79	2402,59						
	0,4	6,25	7,16	8,56	12,26	18,3	28,08	44,34	56,23	71,74	92,09	118,22	150,81	194,85	251,47	320,37	409,05	521,02	5791,82						
	0,45	7,45	8,52	10,3	15,27	23,66	38,01	63,08	82,33	106,89	141,54	186,56	246,59	328,75	434,12	574,27	754,33	998,37							
	0,5	8,9	10,36	12,71	19,49	31,26	52,79	91,65	122,04	166,51	225,28	307,48	420,15	574,06	790,43	1077,13									
	0,55	10,79	12,71	15,87	25,16	41,8	73,56	136,07	188,23	261,58	368,39	520,48	738,41	1048,41											
	0,6	13,28	15,97	20,02	33,06	57,71	106,68	208,61	298,04	428,61	622,82	915,47	1359,99												
	0,65	16,75	20,04	25,84	44,59	81,3	158,03	327,74	481,14	718,73	1089,82														
	0,7	21,2	25,88	34,02	60,83	116,27	239,31	529,49	808,82	1262,17															
	0,8	36,44	45,84	61,97	121,29	257,87	595,98	1509,64																	
	0,9	66,63	86,73	123,25	266,55	625,09	1645,6																		

Tabela VI. 11 - Tabela intermédia de  $ARL_{EC}$  em função de  $k_D$  e  $h_D$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 1

		H																																
		0,1	0,4	0,7	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,3	3,4	3,5	4	4,5	5,5	6	7	
k	0,25			7,98	12,25	13,9	15,86	17,84	20,11	22,53	25,14	28,05	30,99	34,34	37,96	41,82	45,96	50,34	55,19	59,87	65,39	71,43	77,44	84,02	90,51	115,21	124,29	133,97	193,53	271,97	522,23	715,61	1321,2	
	0,3			9,16	14,4	16,72	19,2	21,99	24,96	28,32	32,2	36,18	40,87	45,66	51,14	57,15	63,46	71,11	78,11	87,47	96,37	106,62	117,04	130,05	143,99	191,26	209,16	228,89	361,02	565,55	1330,95			
	0,35			10,53	17,27	20,16	23,32	27,02	31,33	36	41,29	46,96	53,89	61,48	70,1	78,98	90	101,36	114,7	129,54	145,31	163,41	184,57	205,28	231,83	325,46	362,84	408,79	711,05	1222,97				
	0,4			12,27	20,64	24,49	28,7	33,74	39,43	46,23	53,68	62,6	72,23	83,49	97,01	111,37	127,76	147,8	169,86	193,26	221,35	255,72	291,81	335,07	379,78	565,39	649,04	738,98	1419,97					
	0,45			14,34	24,72	29,69	35,41	42,12	50,17	59,29	70,01	82,24	96,93	114,11	133,64	157,12	183,49	213,25	250,45	293,52	341,94	400,14	462,67	539,41	631,71	992,97	1155,93							
	0,5			16,72	29,91	36,37	43,9	52,8	63,48	76,3	91,39	109,02	130,08	155,57	185,77	220,28	263,69	313,05	371,95	439,57	527,01	620,42	738,82	876,29	1038,25									
	0,55			19,44	35,87	44,16	54,18	66,11	81,01	98,03	118,45	144,97	176,29	212,49	256,62	310,34	378,36	453,97	550,75	663,77	798,08	962,31	1169,86											
	0,6			22,74	43,53	53,96	66,95	82,44	101,99	125,81	155,39	190,53	234,59	287,4	356,23	435,82	534,76	653,99	803,67	987,38	1215,45													
	0,65			26,69	52,49	65,94	82,27	102,84	129,29	160,73	201,1	249,7	312,84	390,51	486,47	603,12	755,14	939,14	1163,31															
	0,7			31,21	63,46	80,3	101,72	129,13	161,83	205,4	258,58	329,01	412,8	523,9	661,8	832,05	1053,75																	
	0,75			36,78	76,13	97,95	124,75	158,53	203,58	261,13	333,2	425,4	544,66	695,2	888,66	1138,61																		
	0,8			43,04	91,31	118,5	152,74	197,95	255,1	327,56	424,72	549,17	712,47	915,14	1182,88																			
	0,85			50,41	110,97	144,24	187,26	243,73	319,59	415,19	538,5	705,62	917,62	1206,26																				
	0,9			59,82	132,57	174,01	228,86	300,79	393,77	516,4	678,23	895,06	1177,28																					
	0,95			70,28	158,77	209,54	276,72	365,6	487,73	644,38	853,58	1127,86																						
	1			82,38	189,92	253,35	336,2	445,26	596,04	797,11	1068,05																							
	1,05		42,26	97,55	228,82	304,19	406,67	543,49	730,67	990,41	1323,83																							
	1,1		48,63	113,96	272,45	365,23	490,8	663,98	893	1207,06																								
	1,15		56,55	134,41	324,11	435,38	594,31	801,91	1088,48																									
	1,2		66,05	157,42	387,36	526,61	710,91	963,03	1315,46																									
	1,25		76,78	186,62	462,3	624,97	854,04	1163,2																										
	1,3		88,94	218,36	549,29	748,91	1023,82																											
	1,35	43,57	103,64	256,82	651,86	897,23	1224,75																											
	1,4	50	121,55	305,33	775,48	1061,35																												
	1,45	57,95	141,56	356,9	921,57	1271																												
	1,5	67,49	165,3	419,49	1093,77																													

## ANEXO VII – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA $CUSUM-LN(S^2)$ – FASE 2

Tabela VII. 1 - Tabela de  $h_c$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_c$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-LN(S^2)$  – FASE 2

		k																	
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9	1
ARL	100	2,750	2,438	2,188	1,975	1,775	1,600	1,450	1,313	1,188	1,088	0,988	0,900	0,825	0,750	0,688	0,563	0,444	0,338
	250	3,594	3,188	2,828	2,531	2,273	2,047	1,850	1,675	1,516	1,375	1,256	1,144	1,050	0,963	0,884	0,744	0,619	0,506
	370	3,969	3,508	3,117	2,777	2,492	2,240	2,023	1,831	1,659	1,509	1,372	1,253	1,144	1,050	0,966	0,817	0,688	0,569
	500	4,260	3,758	3,328	2,969	2,656	2,391	2,158	1,950	1,772	1,609	1,464	1,334	1,219	1,117	1,028	0,872	0,737	0,618
	1000	4,930	4,340	3,835	3,414	3,051	2,738	2,471	2,232	2,027	1,841	1,677	1,528	1,395	1,276	1,171	0,994	0,848	0,721

Tabela VII. 2 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA  $CUSUM-LN(S^2)$  – FASE 2

		k																		
		0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25
ARL	100	9,000	7,625	6,500	5,750	5,250	4,750	4,375	4,063	3,750	3,563	3,350	3,200	3,000	2,900	2,750	2,650	2,500	2,450	2,350
	250	15,750	12,000	9,750	8,313	7,313	6,531	5,938	5,469	5,094	4,750	4,469	4,234	4,031	3,844	3,672	3,531	3,375	3,250	3,150
	370	20,000	14,375	11,438	9,547	8,281	7,375	6,656	6,109	5,656	5,289	4,969	4,688	4,461	4,250	4,063	3,906	3,750	3,609	3,488
	500	24,000	16,500	12,688	10,500	9,063	8,000	7,219	6,609	6,109	5,688	5,352	5,063	4,797	4,578	4,375	4,203	4,031	3,891	3,758
	1000	37,000	22,000	16,000	12,875	10,906	9,531	8,547	7,766	7,156	6,656	6,250	5,883	5,586	5,320	5,090	4,883	4,703	4,529	4,375

Tabela VII. 3 - Tabela de  $h_c$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_c$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-LN(S^2)$  – FASE 2

		k																	
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9	1
ARL	100	2,500	2,125	1,825	1,600	1,388	1,225	1,075	0,963	0,856	0,763	0,688	0,613	0,544	0,485	0,425	0,311	0,206	0,106
	250	3,300	2,794	2,378	2,056	1,794	1,569	1,384	1,225	1,091	0,975	0,875	0,788	0,709	0,639	0,574	0,455	0,348	0,241
	370	3,663	3,081	2,619	2,261	1,963	1,719	1,516	1,341	1,191	1,066	0,955	0,860	0,777	0,703	0,634	0,512	0,400	0,295
	500	3,944	3,313	2,808	2,416	2,097	1,838	1,616	1,431	1,272	1,134	1,017	0,916	0,827	0,750	0,679	0,553	0,440	0,334
	1000	4.621	3.843	3.244	2.780	2.406	2.103	1.852	1.640	1.457	1.299	1.163	1.045	0.944	0.856	0.778	0.644	0.526	0.418

Tabela VII. 4 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 2

		k																									
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5
ARL	100	5,188	4,250	3,688	3,200	2,875	2,600	2,375	2,200	2,050	1,900	1,775	1,675	1,575	1,500	1,400	1,325	1,250	1,188	1,125	1,063	1,000	0,938	0,875	0,825	0,775	0,725
	250	7,938	6,188	5,109	4,391	3,875	3,475	3,163	2,900	2,688	2,513	2,356	2,219	2,100	1,994	1,894	1,800	1,719	1,638	1,563	1,500	1,431	1,369	1,300	1,244	1,188	1,125
	370	9,375	7,094	5,766	4,922	4,313	3,856	3,500	3,213	2,975	2,775	2,606	2,456	2,325	2,206	2,100	2,000	1,919	1,831	1,756	1,681	1,613	1,547	1,481	1,419	1,356	1,300
	500	10,625	7,828	6,297	5,336	4,654	4,148	3,761	3,450	3,194	2,981	2,800	2,638	2,500	2,375	2,264	2,162	2,066	1,981	1,900	1,825	1,753	1,688	1,619	1,556	1,494	1,434
	1000	13,750	9,625	7,559	6,311	5,459	4,852	4,383	4,004	3,703	3,456	3,240	3,058	2,900	2,761	2,631	2,519	2,417	2,322	2,233	2,152	2,077	2,003	1,931	1,865	1,801	1,739

Tabela VII. 5 - Tabela de  $h_C$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_C$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 2

		k																	
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9	1
ARL	100	2,375	2,000	1,703	1,453	1,266	1,094	0,963	0,850	0,750	0,663	0,588	0,519	0,456	0,400	0,344	0,234	0,131	0,032
	250	3,195	2,641	2,219	1,883	1,625	1,406	1,231	1,078	0,956	0,850	0,758	0,678	0,606	0,541	0,480	0,367	0,261	0,159
	370	3,551	2,914	2,438	2,070	1,779	1,543	1,348	1,182	1,045	0,928	0,828	0,741	0,667	0,597	0,534	0,419	0,311	0,208
	500	3,828	3,137	2,617	2,215	1,900	1,648	1,438	1,262	1,114	0,988	0,882	0,791	0,711	0,639	0,574	0,456	0,348	0,245
	1000	4,500	3,648	3,019	2,549	2,184	1,887	1,647	1,445	1,276	1,131	1,007	0,902	0,813	0,733	0,663	0,539	0,428	0,322

Tabela VII. 6 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-In(S^2)$  – FASE 2

		k																									
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5
ARL	100	3,875	3,250	2,825	2,500	2,225	2,025	1,850	1,713	1,575	1,475	1,375	1,288	1,213	1,138	1,063	1,000	0,925	0,875	0,813	0,750	0,700	0,650	0,588	0,538	0,488	0,438
	250	5,625	4,531	3,828	3,338	2,963	2,675	2,444	2,250	2,091	1,953	1,831	1,725	1,625	1,538	1,456	1,381	1,313	1,244	1,181	1,116	1,056	1,000	0,944	0,888	0,831	0,781
	370	6,469	5,125	4,281	3,711	3,288	2,963	2,700	2,488	2,309	2,156	2,025	1,909	1,806	1,709	1,625	1,544	1,470	1,400	1,331	1,269	1,206	1,147	1,091	1,034	0,978	0,925
	500	7,156	5,594	4,648	4,000	3,539	3,175	2,900	2,669	2,475	2,316	2,175	2,050	1,941	1,844	1,756	1,669	1,592	1,520	1,450	1,388	1,325	1,263	1,203	1,147	1,091	1,034
	1000	8,816	6,704	5,482	4,688	4,121	3,693	3,363	3,091	2,868	2,678	2,519	2,378	2,256	2,146	2,047	1,956	1,875	1,795	1,722	1,652	1,586	1,522	1,461	1,402	1,342	1,288

Tabela VII. 7 - Tabela de  $h_C$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_C$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																
		0,001	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,8	0,9
ARL	100	2,313	1,906	1,594	1,344	1,156	1,000	0,863	0,763	0,669	0,588	0,516	0,450	0,388	0,331	0,275	0,175	0,069
	250	3,094	2,508	2,070	1,742	1,484	1,281	1,106	0,969	0,850	0,752	0,666	0,594	0,525	0,464	0,406	0,297	0,192
	370	3,453	2,781	2,285	1,914	1,629	1,400	1,213	1,057	0,929	0,820	0,730	0,650	0,581	0,516	0,456	0,345	0,240
	500	3,734	2,984	2,447	2,047	1,742	1,494	1,293	1,129	0,991	0,875	0,778	0,694	0,620	0,554	0,492	0,381	0,275
	1000	4,389	3,477	2,828	2,357	1,995	1,712	1,482	1,294	1,134	1,000	0,888	0,793	0,711	0,639	0,574	0,457	0,350

Tabela VII. 8 - Tabela de  $h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 2

		k																									
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5
ARL	100	3,100	2,650	2,300	2,025	1,825	1,650	1,500	1,400	1,288	1,200	1,113	1,025	0,963	0,900	0,825	0,775	0,713	0,653	0,606	0,550	0,494	0,438	0,381	0,334	0,288	0,231
	250	4,375	3,594	3,063	2,688	2,400	2,169	1,988	1,831	1,700	1,584	1,481	1,394	1,313	1,238	1,163	1,094	1,031	0,975	0,913	0,856	0,800	0,744	0,691	0,639	0,588	0,534
	370	4,969	4,031	3,413	2,975	2,650	2,400	2,191	2,019	1,875	1,750	1,644	1,547	1,456	1,375	1,306	1,231	1,169	1,105	1,044	0,988	0,928	0,872	0,819	0,763	0,713	0,658
	500	5,422	4,357	3,688	3,200	2,850	2,572	2,350	2,169	2,016	1,878	1,766	1,663	1,571	1,488	1,409	1,338	1,272	1,206	1,144	1,084	1,025	0,972	0,916	0,861	0,809	0,756
	1000	6,547	5,156	4,311	3,731	3,306	2,978	2,716	2,506	2,327	2,179	2,048	1,934	1,833	1,740	1,656	1,578	1,507	1,438	1,373	1,309	1,251	1,195	1,137	1,082	1,028	0,972

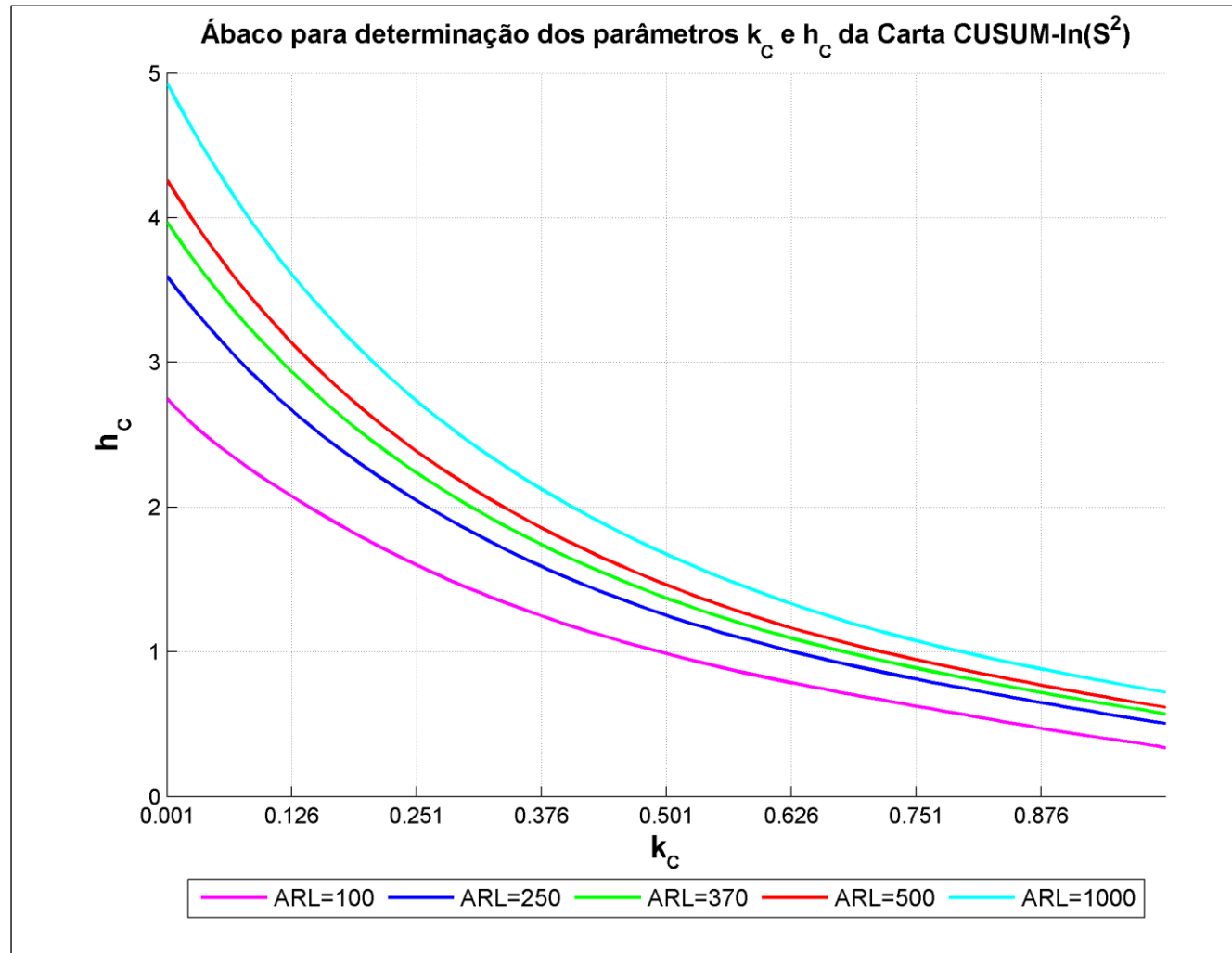


Figura VII. 1 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

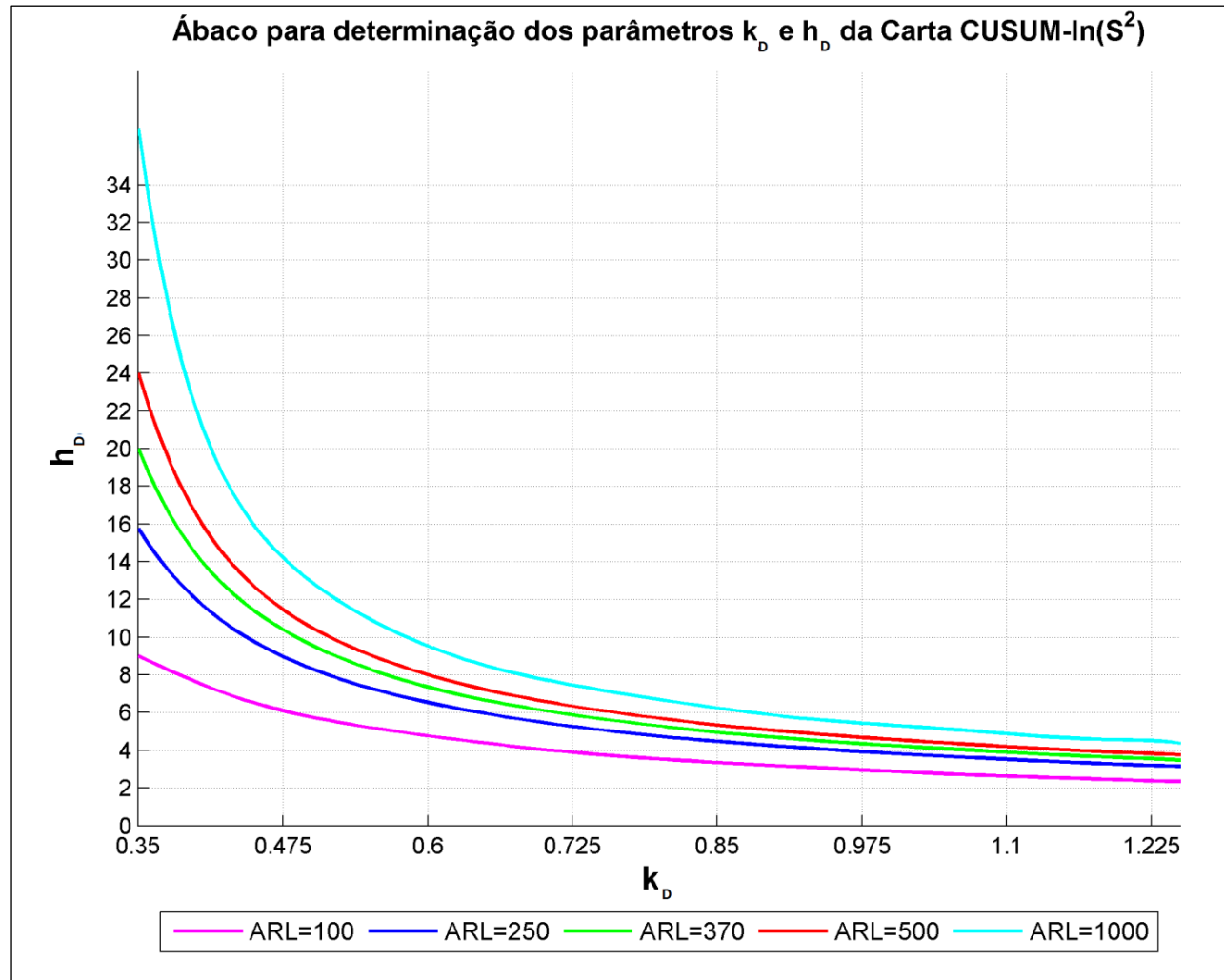


Figura VII. 2 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=4$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

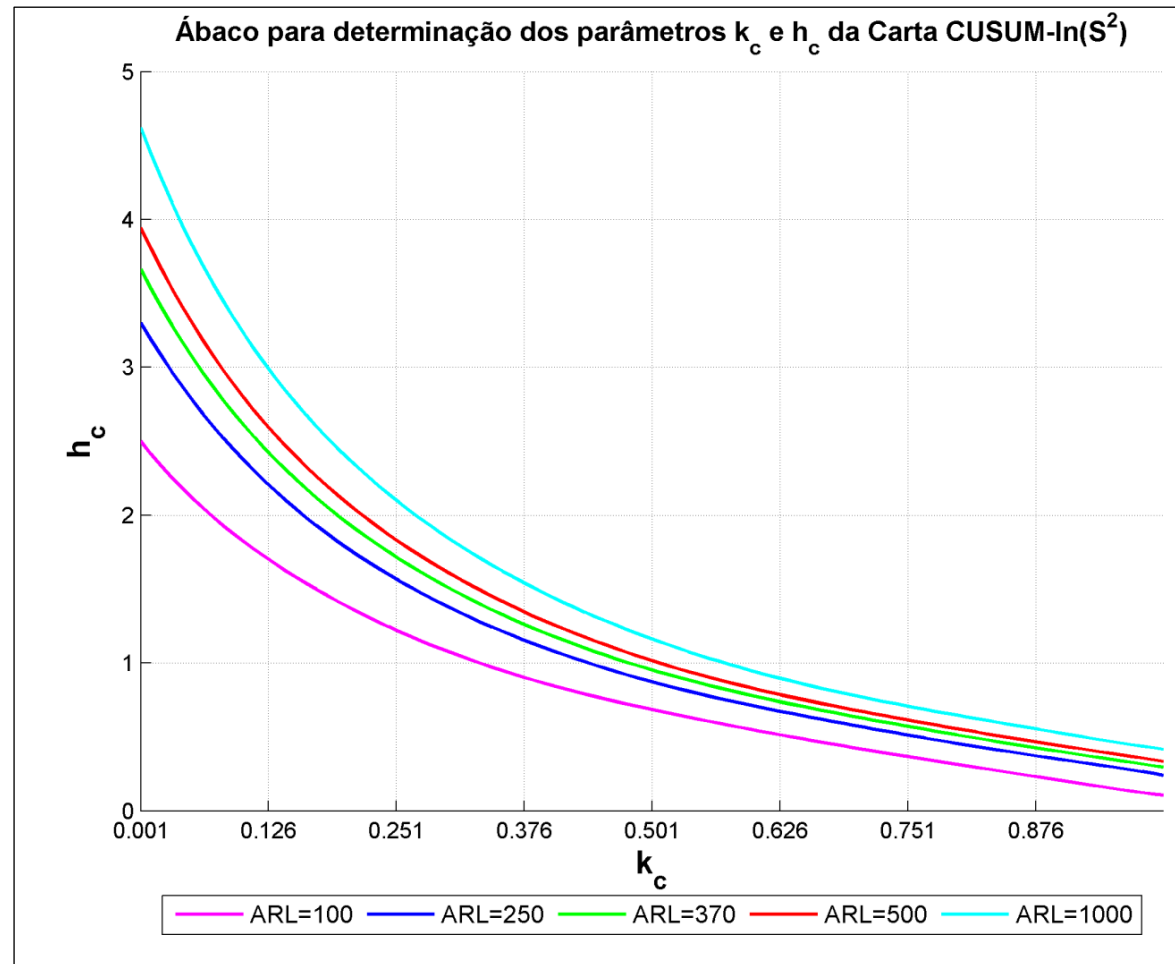


Figura VII. 3 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM-In( $S^2$ ) – FASE 2



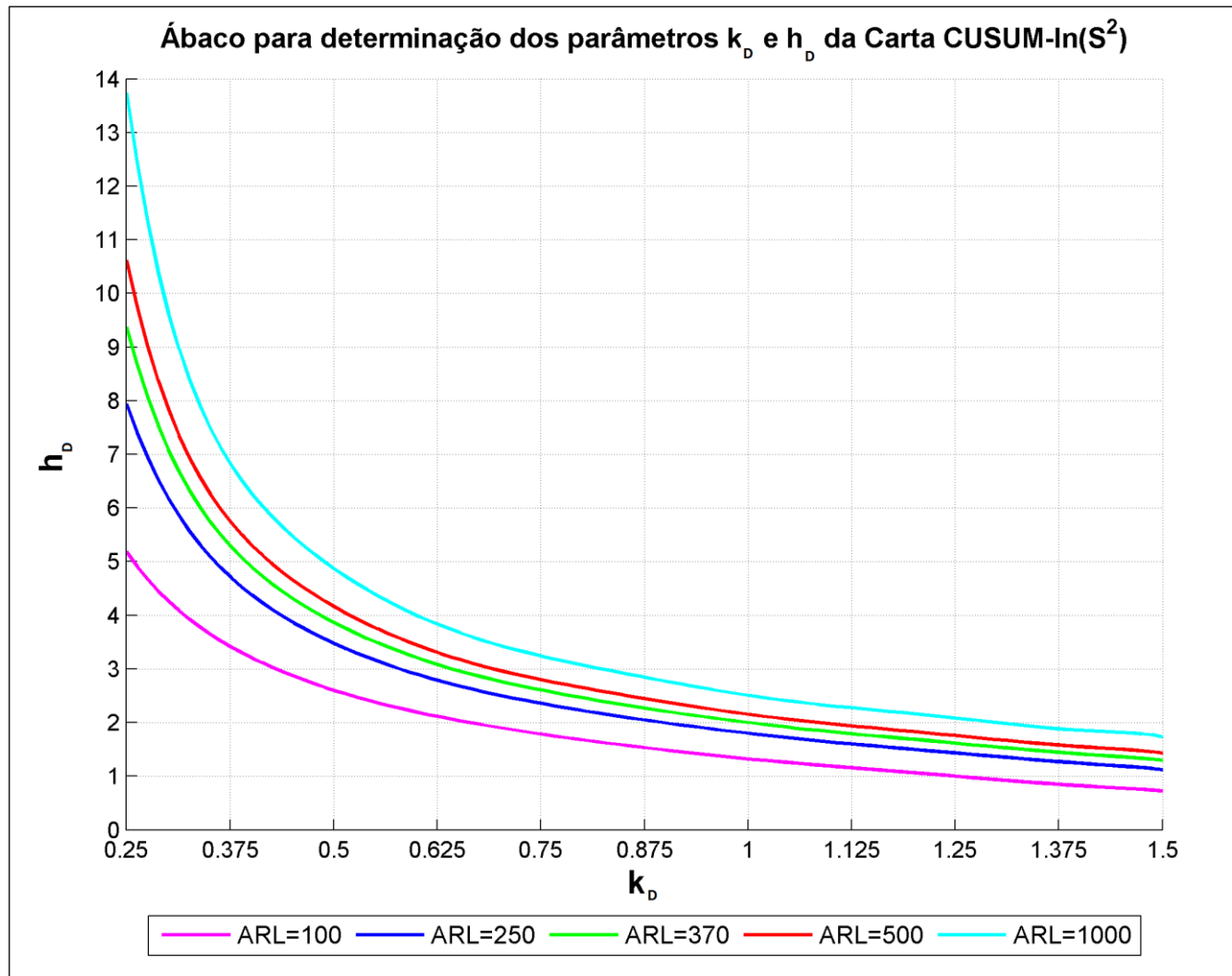


Figura VII. 4 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

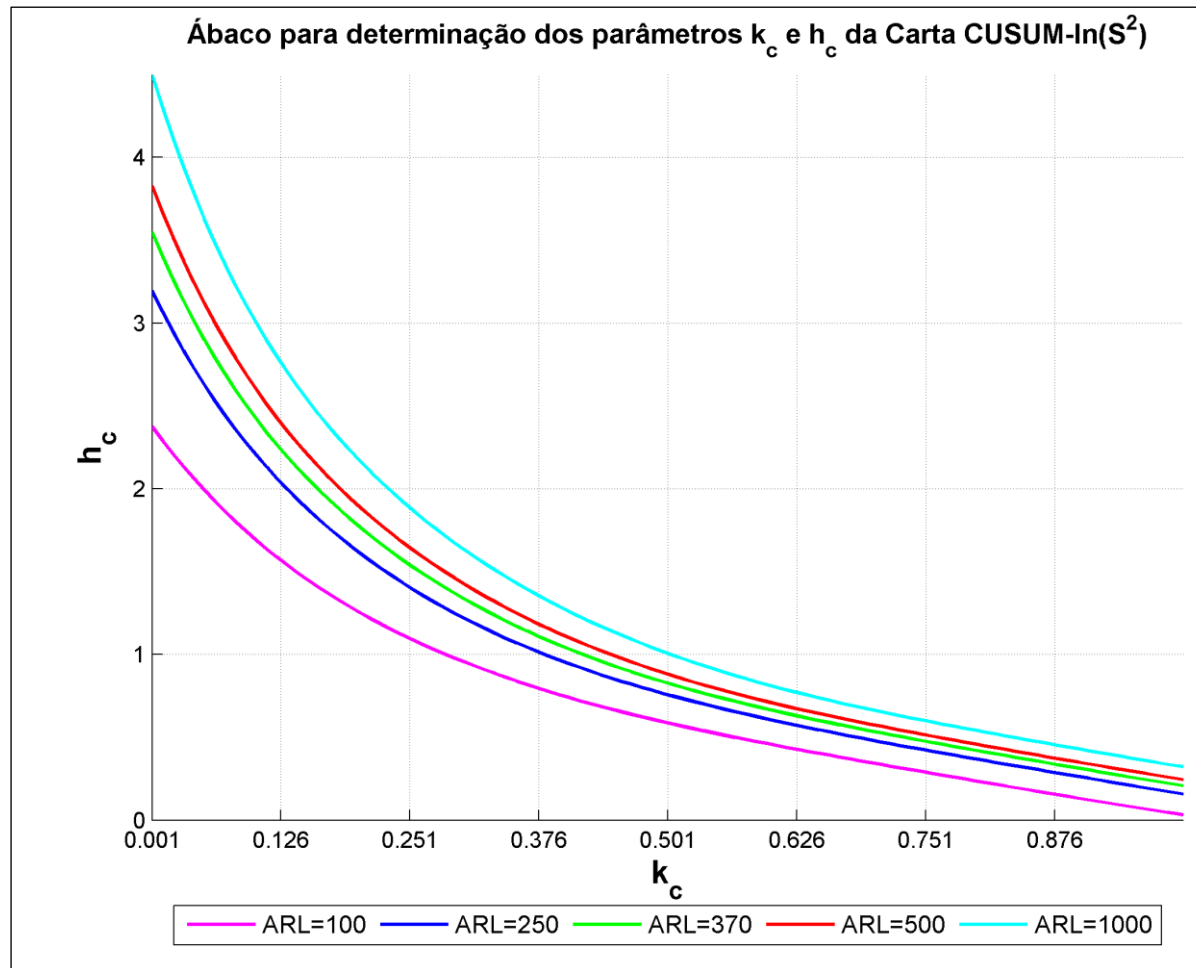


Figura VII. 5 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

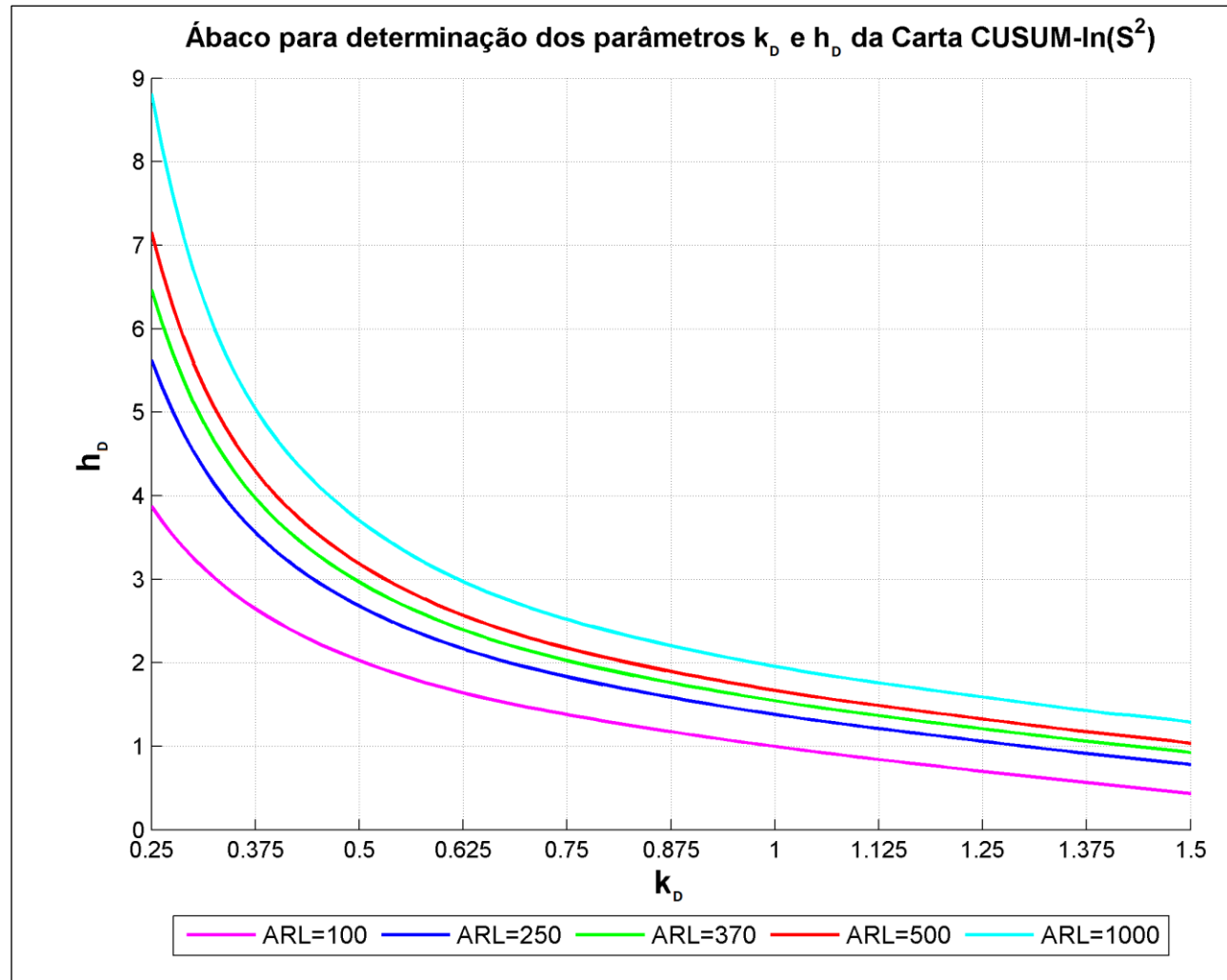


Figura VII. 6 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

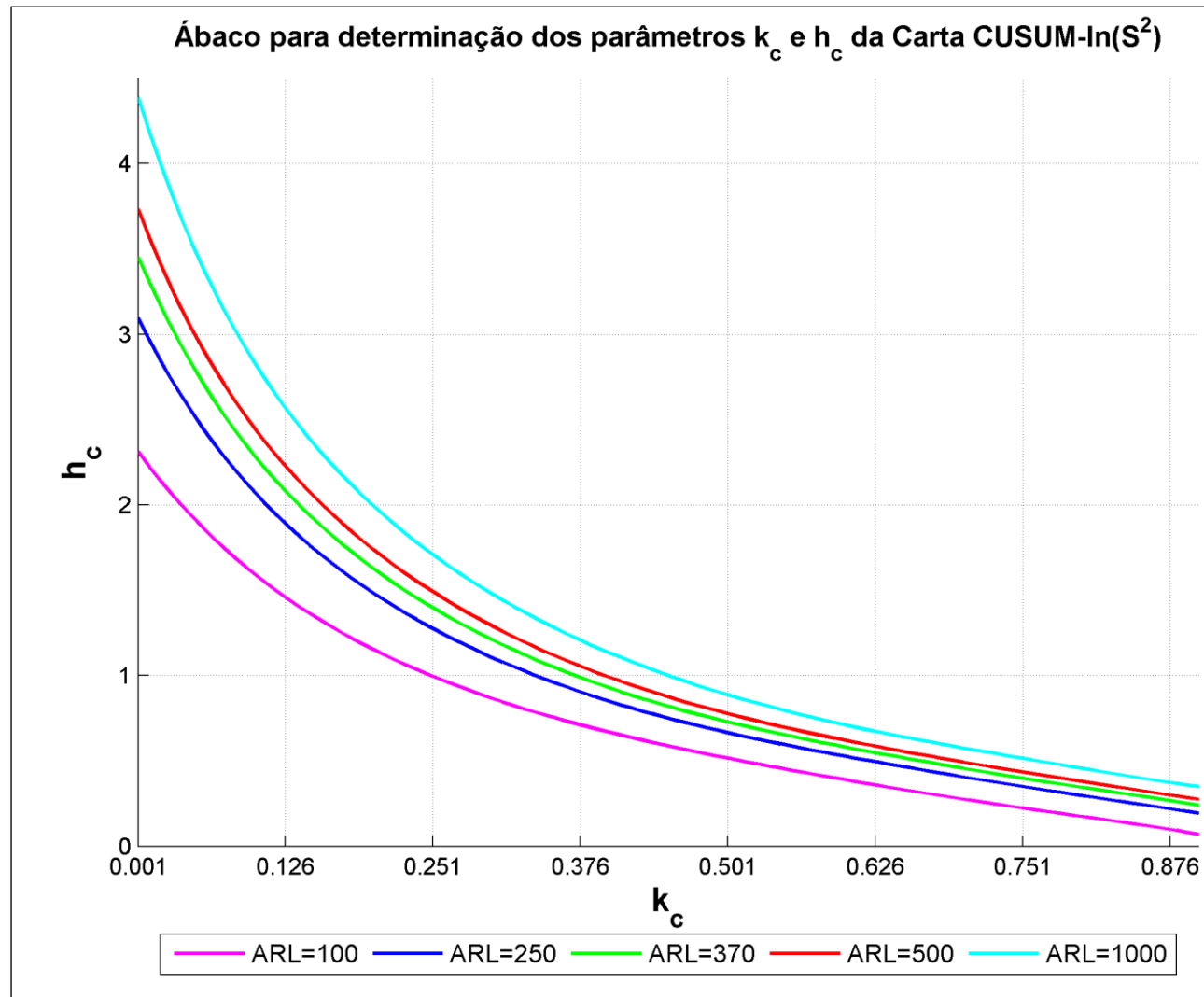


Figura VII. 7 - Valores de  $h_c$  e  $k_c$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

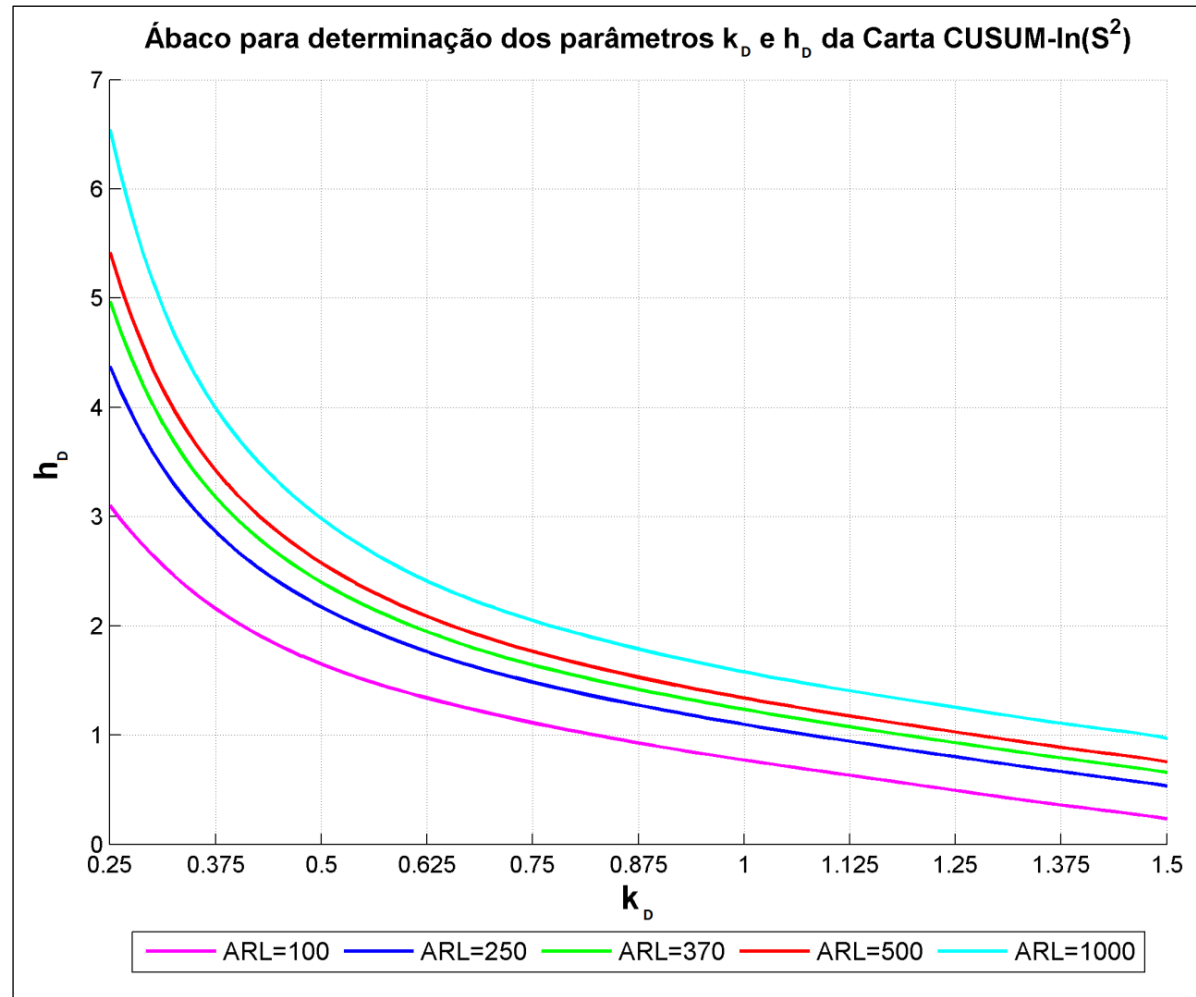


Figura VII. 8 - Valores de  $h_D$  e  $k_D$  em função de diferentes  $ARL_{EC}$  para  $\delta=1$  e  $n=8$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 2

## ANEXO VIII – TABELAS E ÁBACOS REFERENTES À CARTA *CUSUM-LN(S<sup>2</sup>)* – FASE 3

Tabela VIII. 1 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=4$  - CARTA *CUSUM-LN(S<sup>2</sup>)* – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,036	0,181	0,306	0,410	0,495	0,559	0,603	0,627	0,642	0,660
	250	0,049	0,195	0,321	0,428	0,515	0,582	0,630	0,659	0,677	0,697
	370	0,056	0,204	0,332	0,442	0,533	0,606	0,659	0,693	0,709	0,710
	500	0,074	0,217	0,343	0,453	0,546	0,623	0,684	0,728	0,756	0,767
	1000	0,075	0,226	0,359	0,474	0,570	0,649	0,709	0,752	0,776	0,782

Tabela VIII. 2 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=4$  - CARTA *CUSUM-LN(S<sup>2</sup>)* – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,445	0,53	0,615	0,7	0,78
	250	0,455	0,545	0,63	0,715	0,8
	370	0,47	0,56	0,65	0,735	0,825
	500	0,48	0,575	0,665	0,75	0,84
	1000	0,5	0,59	0,68	0,77	0,86

Tabela VIII. 3 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=6$  - CARTA *CUSUM-LN(S<sup>2</sup>)* – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,001	0,12	0,22	0,324	0,398	0,47	0,515	0,551	0,5854	0,6052
	250	0,002	0,135	0,24	0,346	0,42	0,49	0,54	0,574	0,61	0,632
	370	0,0053	0,147	0,27	0,37	0,45	0,51	0,56	0,6	0,625	0,655
	500	0,0095	0,155	0,29	0,39	0,47	0,53	0,58	0,62	0,65	0,68
	1000	0,0124	0,16	0,31	0,41	0,49	0,55	0,61	0,65	0,68	0,7

Tabela VIII. 4 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=6$  - CARTA *CUSUM-LN(S<sup>2</sup>)* – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65
	250	0,265	0,365	0,467	0,57	0,67
	370	0,29	0,39	0,49	0,59	0,7
	500	0,315	0,415	0,515	0,615	0,72
	1000	0,335	0,435	0,535	0,64	0,75

Tabela VIII. 5 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,001	0,11	0,22	0,33	0,4	0,47	0,53	0,57	0,59	0,6
	250	0,0025	0,125	0,235	0,35	0,425	0,5	0,55	0,59	0,615	0,625
	370	0,0055	0,137	0,25	0,37	0,45	0,52	0,57	0,61	0,63	0,65
	500	0,01	0,15	0,265	0,385	0,47	0,54	0,59	0,63	0,65	0,67
	1000	0,011	0,16	0,28	0,4	0,49	0,56	0,61	0,65	0,67	0,69

Tabela VIII. 6 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=7$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,2	0,31	0,425	0,55	0,68
	250	0,225	0,33	0,45	0,575	0,705
	370	0,25	0,355	0,47	0,6	0,73
	500	0,26	0,37	0,49	0,62	0,745
	1000	0,28	0,395	0,515	0,64	0,765

Tabela VIII. 7 - Tabela de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_c$									
		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
ARL	100	0,001	0,1	0,2	0,28	0,35	0,42	0,475	0,51	0,535	0,55
	250	0,002	0,12	0,22	0,32	0,4	0,45	0,51	0,55	0,58	0,6
	370	0,005	0,13	0,235	0,345	0,425	0,47	0,53	0,57	0,6	0,62
	500	0,0075	0,14	0,25	0,35	0,44	0,5	0,555	0,6	0,625	0,65
	1000	0,01	0,15	0,27	0,38	0,47	0,54	0,6	0,645	0,675	0,7

Tabela VIII. 8 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=8$  - CARTA  $CUSUM-\ln(S^2)$  – FASE 3

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
ARL	100	0,2	0,31	0,42	0,54	0,65
	250	0,22	0,34	0,45	0,57	0,675
	370	0,23	0,35	0,46	0,58	0,68
	500	0,25	0,37	0,48	0,6	0,71
	1000	0,27	0,39	0,5	0,62	0,74

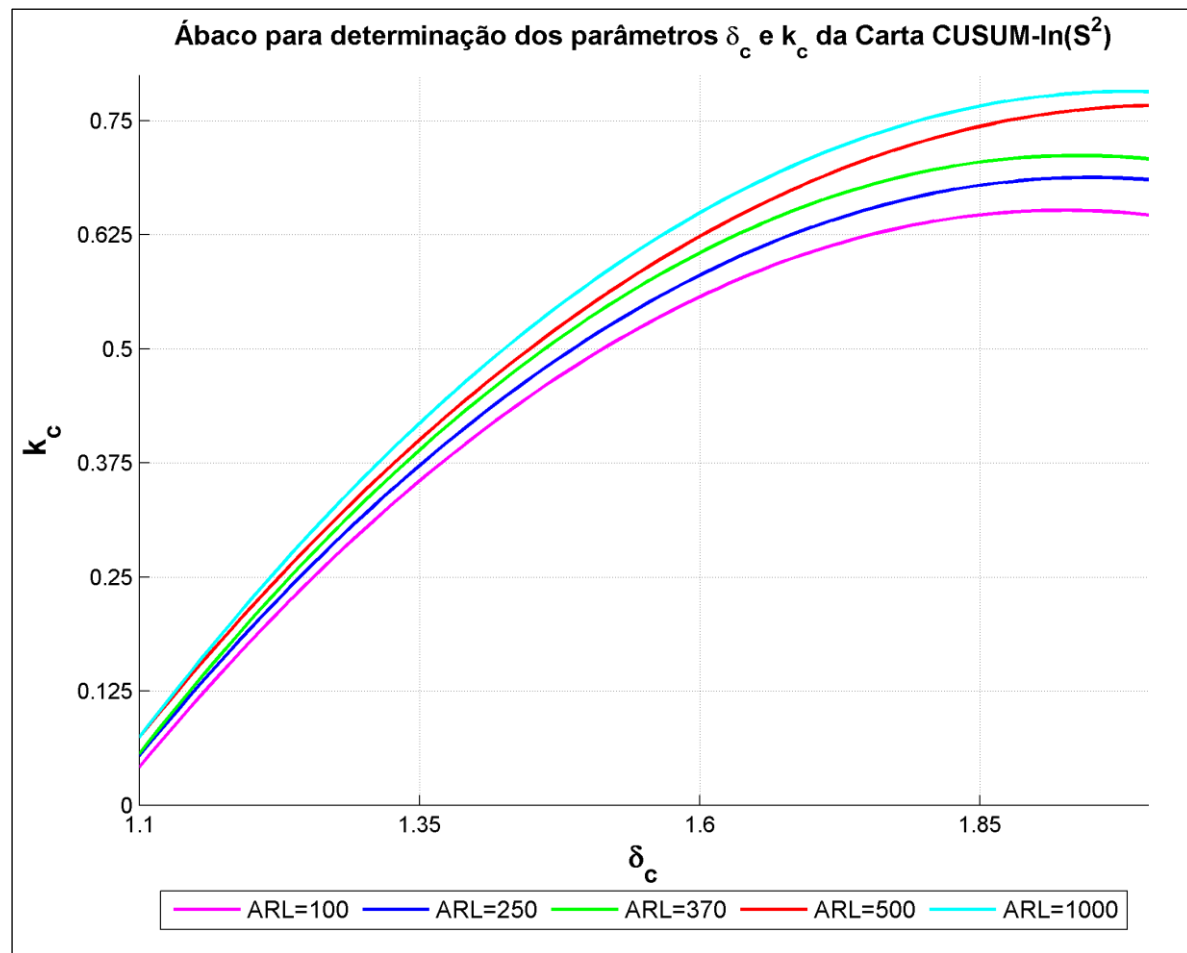


Figura VIII. 1 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=4$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3



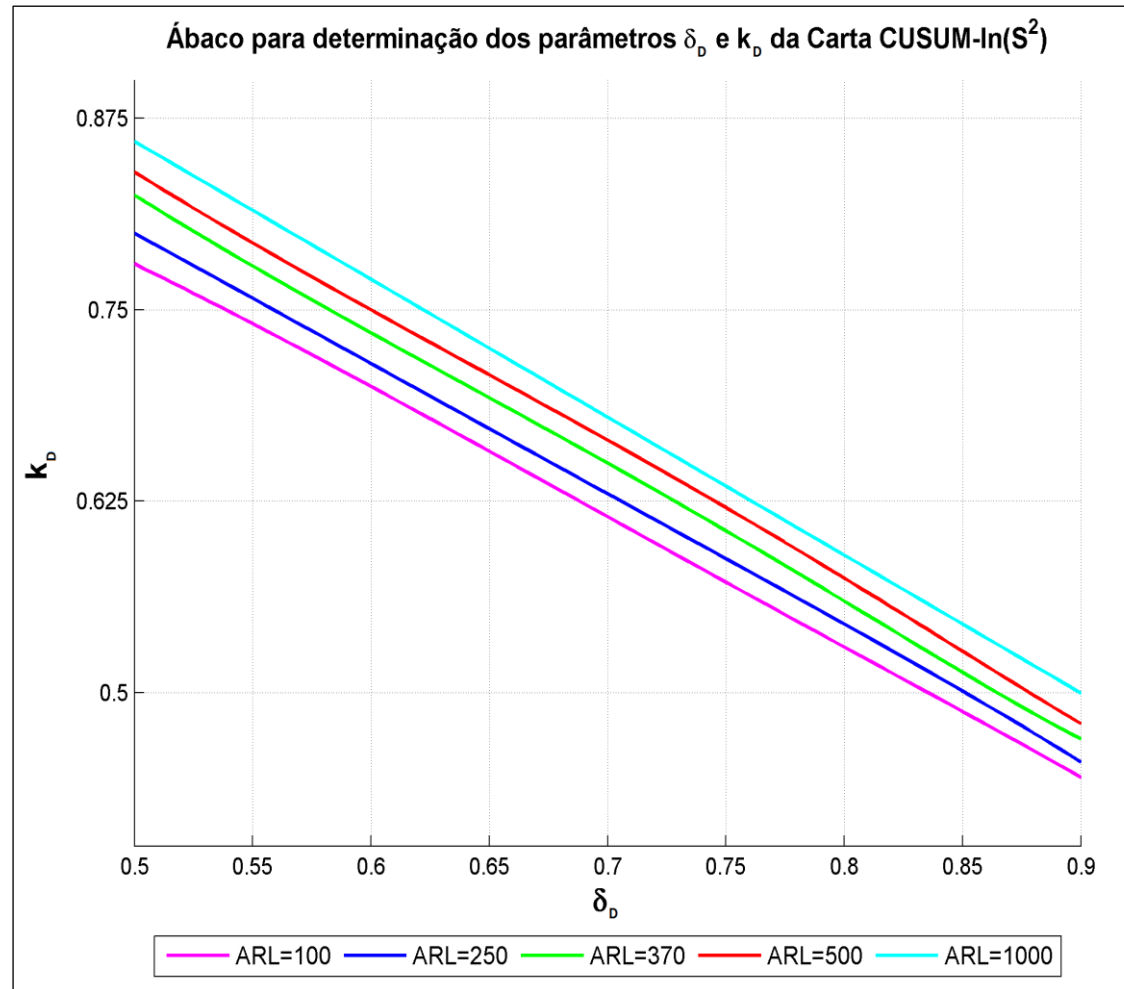


Figura VIII. 2 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=4$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3

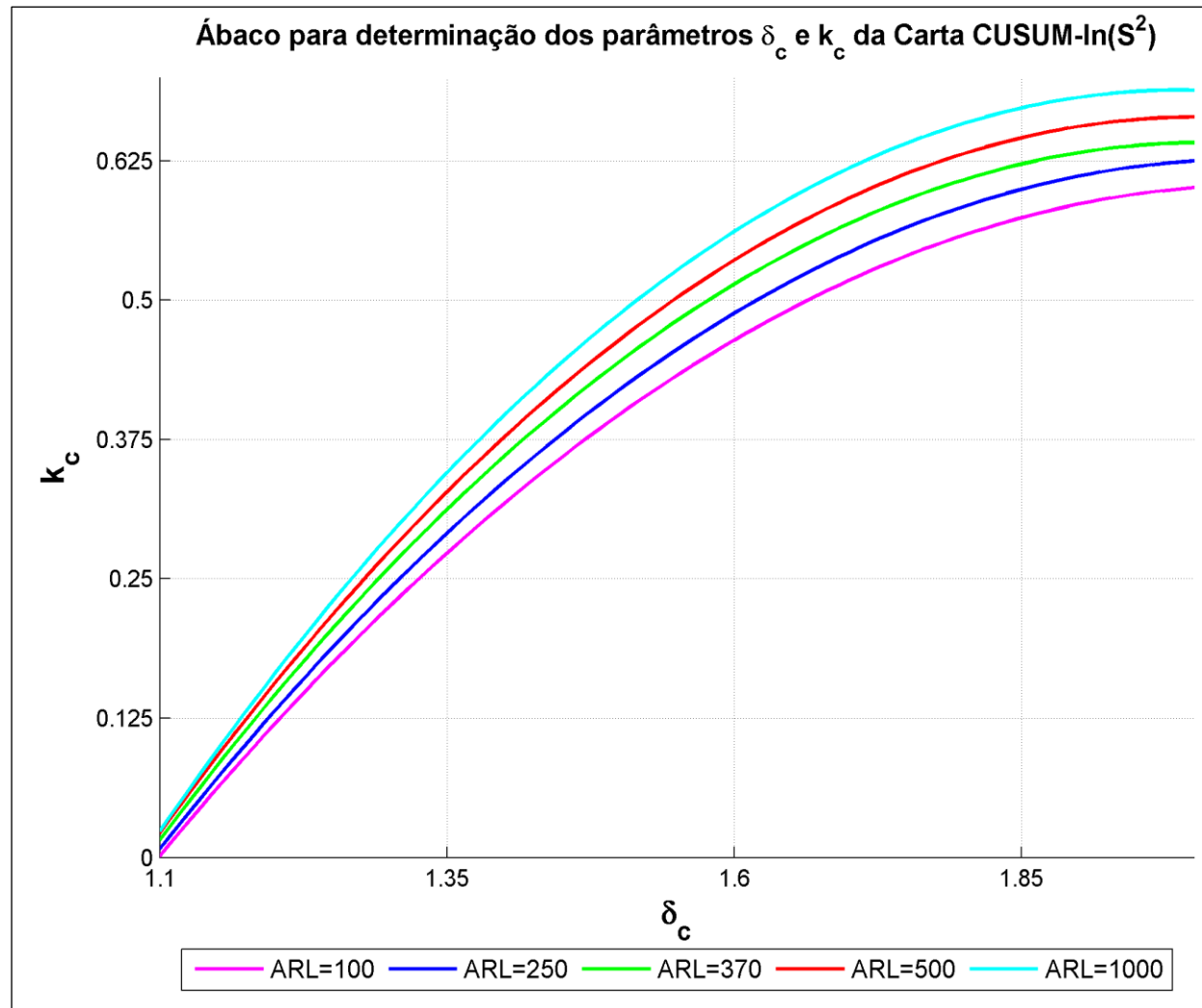


Figura VIII. 3 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3

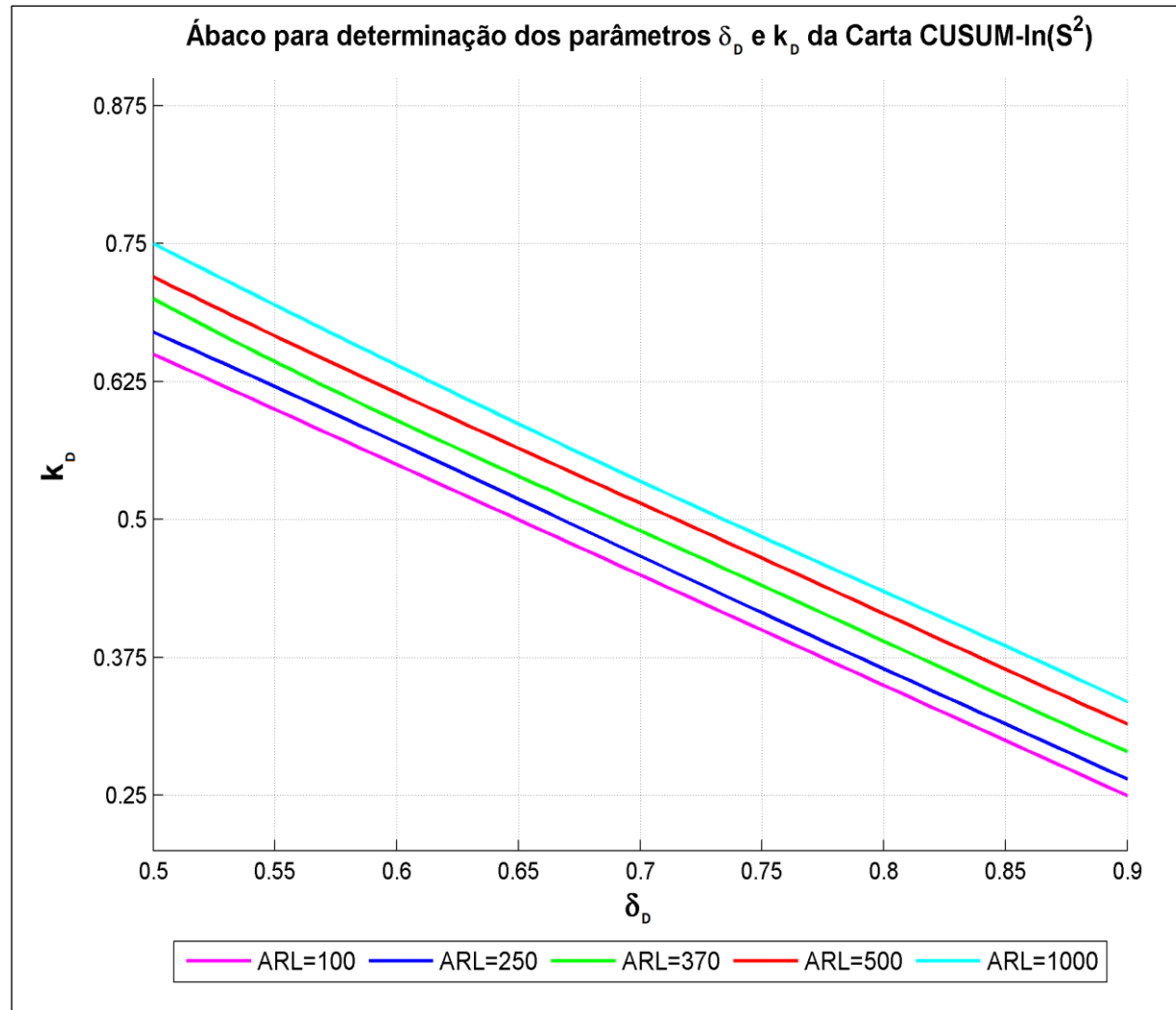


Figura VIII. 4 - Valores de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=6$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3

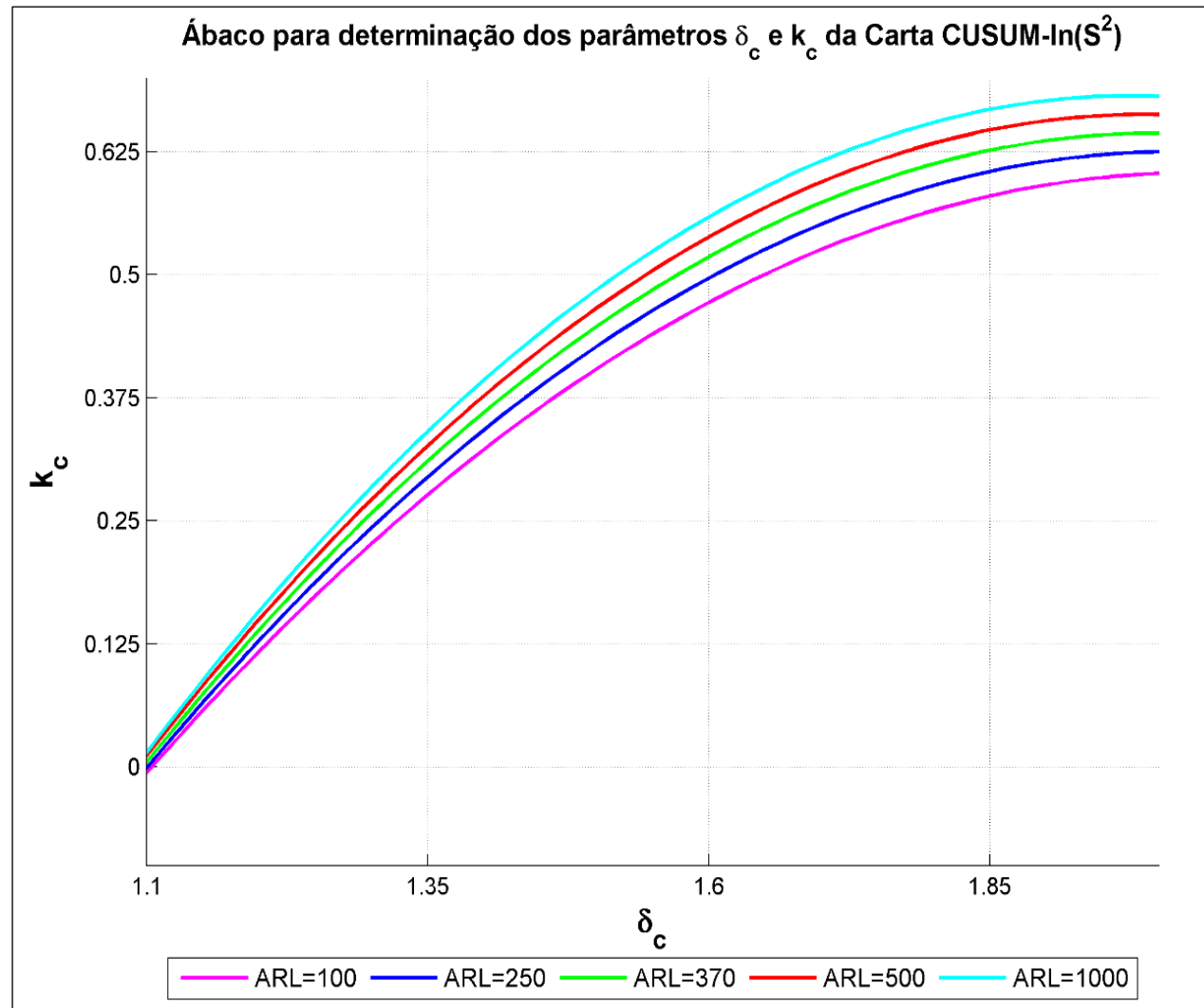


Figura VIII. 5 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3

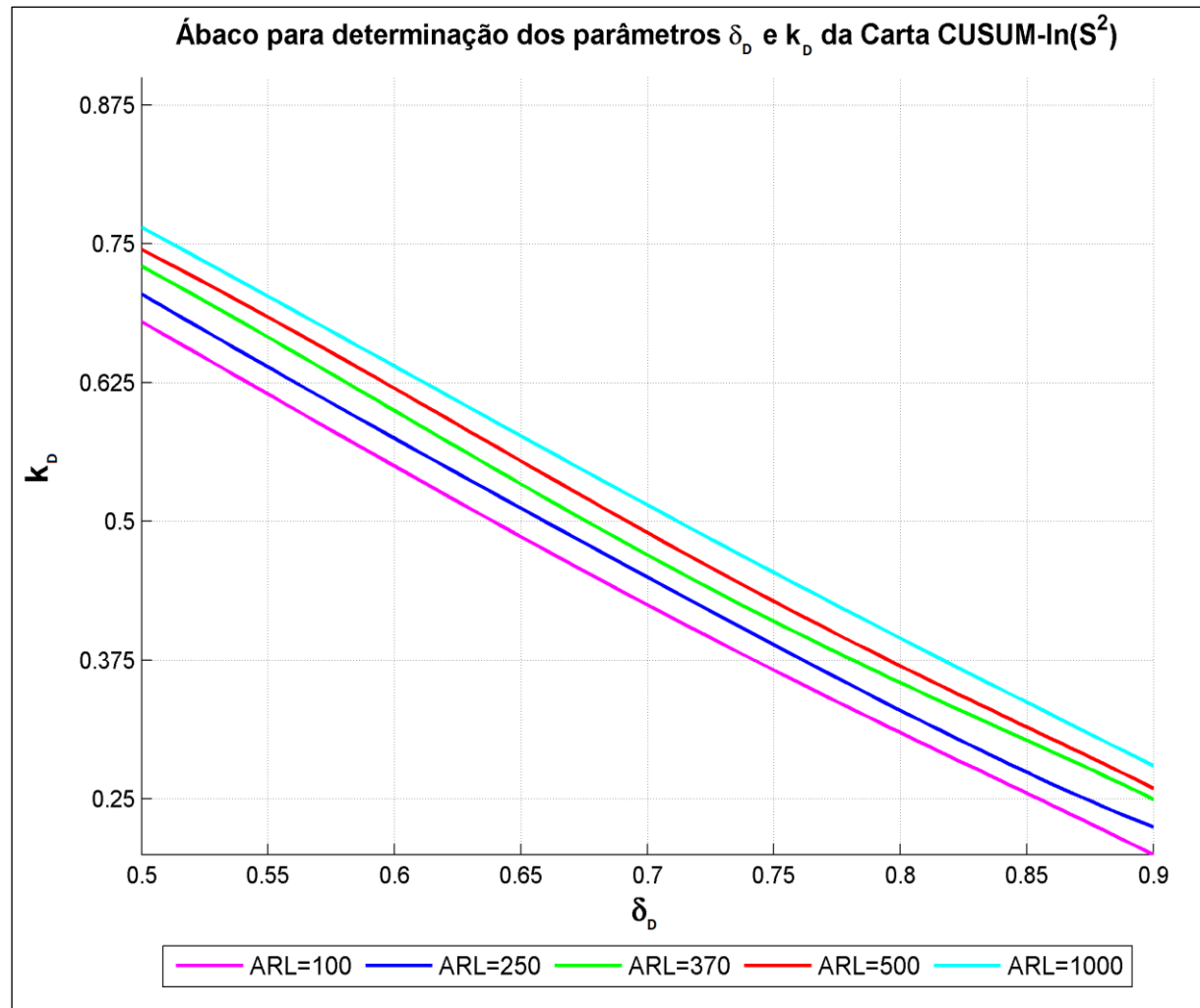


Figura VIII. 6 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=7$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3

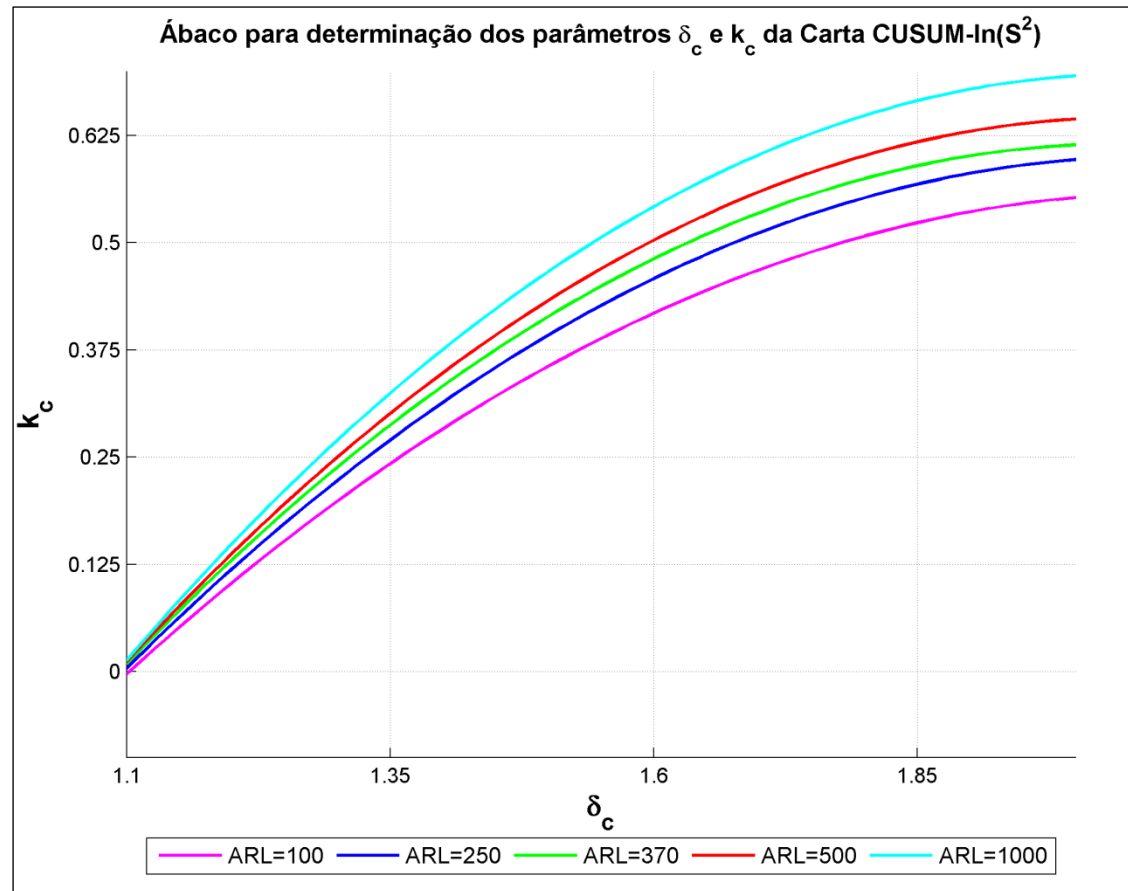


Figura VIII. 7 - Valores de  $k_c$  em função de  $\delta_c$  para diferentes  $ARL_{EC}$  e  $n=8$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3

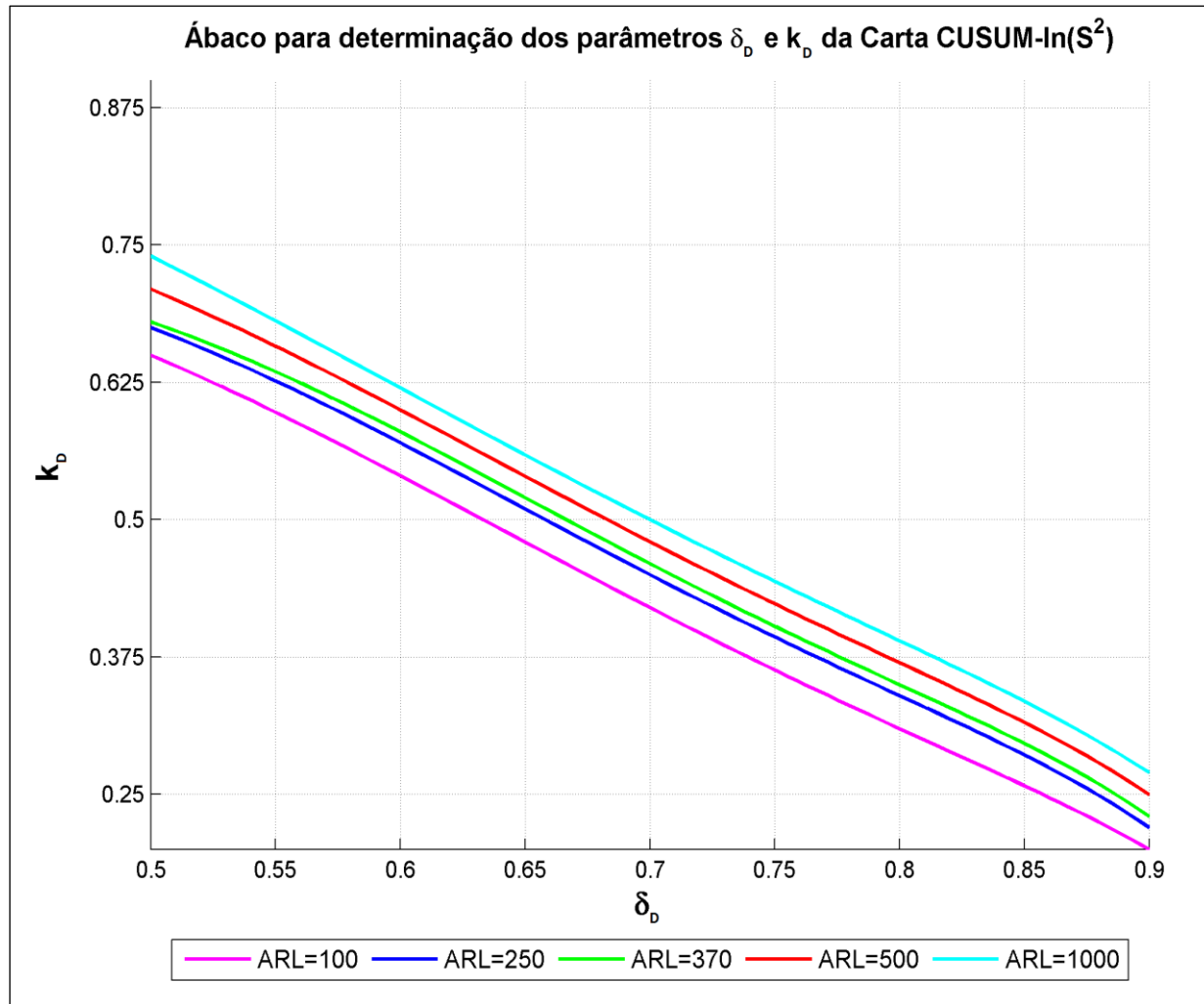


Figura VIII. 8 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial para  $n=8$  - CARTA CUSUM- $\ln(S^2)$  – FASE 3